समीकरणसंग्रह.

हा ग्रंथ

इंग्रेजी भाषेंतील ग्रंथांच्या साहाय्यानें शाळांतील व घरगु-

ती शिकणारांच्या उपयोगासाठीं

चेनबसअप्पा धारवाडकर

यांनीं तयार केला.

मुकाम पुणें.

विठ्ठल सखाराम अग्निहोत्री यांचे छापखा-

न्यांत छापिला.

शके १७७९

प्रस्तावना.

आलीकडे गणिताचा अभ्यास बराच वाढत चालला आहे. यामुळें कित्येक भाषांतरें व नवीन ग्रंथ तयार होत आहेत ही एक मोठी आनंदाची गोष्ट आहे. या विद्येचें ज्ञान हिंदुस्थानांत पूर्वी बरेंच होतें; परंतु या विषयावरील ग्रंथ संस्कृत भाषेंत असल्यामुळें त्यांपासून सर्वांस उपयोग होत नसे. आतां देशभाषेंत ग्रंथ पुष्कळ होत चालल्यामुळें त्यांचा उपयोग सर्वांस होतो. अशा वेळेस बीज गणितांतील समीकरणें एकत्र जमवून सोडविलीं असतां उपयोगीं पडतील अशा उद्देशानें हा लहानसा ग्रंथ तयार केला आहे.

प्रथमतः हा ग्रंथ सुमारें पंचवीस तीस पत्रांचा करून छापावा असा अभिप्राय होता परंतु शेवटी होतां होतां सुमारें १४० पृष्ठें झालीं. तथापी बीजगणिताचे इतर पुष्कळ विषय घालावयाचे राहिले. याजकरितां थोडक्याच दिवसांनीं दोन अक्षरी व तीन अक्षरी समीकरणें व घनसमीकरणें व चतुर्घातसमीकरणें सोडविण्याच्या [illegible] वि[illegible]

यांचें एक पुस्तक छापावें असा उद्देश आहे. या ग्रंथांत वर्गसमीकरणें सोडविण्याच्या रीति सांगितल्या आहेत त्या संस्कृत बीजगणितांतील घेतल्या आहेत. इंग्रेजी भाषेतील प्रख्यात गणित शास्त्रज्ञ **ब्लांड, उड, रिगली, कोलेंजो,** आणि **हाडन** यांच्या ग्रंथांतून बहुतकरून कठीण समीकरणें एथें घेतलीं आहेत व कित्येक नवीनही केलीं आहेत. सोडविण्याकरितां जीं उदाहरणें ग्रंथाच्या शेवटीं दिलीं आहेत, तीं प्रायः नवीन आहेत. आतां विद्वज्जनांस नम्रता पूर्वक इतकीच प्रार्थना आहे कीं लेखकाच्या किंवा ग्रंथकर्त्याच्या नजर चुकीनें ज्या चुका या ग्रंथांत राहिल्या असतील त्यांकडे लक्ष न देतां केवळ गुणाचें ग्रहण करावें.

$अ = \frac{अ+क्ष}{२} + \frac{अ-क्ष}{२}$ आणि $क्ष = \frac{अ+क्ष}{२} - \frac{अ-क्ष}{२}$

$(अ+क्ष)(अ-क्ष) = अ^{२} - क्ष^{२}; \quad (३+४क्ष)(३-४क्ष) = ९ - १६क्ष^{२}$

$३क्ष^{-१} = \frac{३}{क्ष}; \quad ५क्ष^{-४} = \frac{५}{क्ष^{४}}; \quad अक्ष^{-म} = \frac{अ}{क्ष^{म}}, \quad अ^{०}=१, \; १^{०}=१, \; ४^{०}=१, \; ५^{०}=१$

$\frac{अ^{३}+क्ष^{३}}{अ+क्ष} = अ^{२} - अक्ष + क्ष^{२}, \quad \frac{अ^{५}+क्ष^{५}}{अ+क्ष} = अ^{४} - अ^{३}क्ष + अ^{२}क्ष^{२} - अक्ष^{३} + क्ष^{४}$

$\frac{अ^{२}+क्ष^{२}}{अ+क्ष} = अ - क्ष + \frac{२क्ष^{२}}{अ+क्ष}, \quad \frac{अ^{४}+क्ष^{४}}{अ+क्ष} = अ^{३} - अ^{२}क्ष + अक्ष^{२} - क्ष^{३} + \frac{२क्ष^{४}}{अ+क्ष}$

$\frac{अ^{८}+क्ष^{८}}{अ+क्ष} = अ^{७} - अ^{६}क्ष + अ^{५}क्ष^{२} - अ^{४}क्ष^{३} + अ^{३}क्ष^{४} - अ^{२}क्ष^{५} + अक्ष^{६} - क्ष^{७} + \frac{२क्ष^{८}}{अ+क्ष}$

$\frac{अ^{३}-क्ष^{३}}{अ-क्ष} = अ^{२} + अक्ष + क्ष^{२}; \quad \frac{अ^{४}-क्ष^{४}}{अ-क्ष} = अ^{३} + अ^{२}क्ष + अक्ष^{२} + क्ष^{३}$

$\frac{अ^{८}-क्ष^{८}}{अ-क्ष} = अ^{७} + अ^{६}क्ष + अ^{५}क्ष^{२} + अ^{४}क्ष^{३} + अ^{३}क्ष^{४} + अ^{२}क्ष^{५} + अक्ष^{६} + क्ष^{७}$

$\frac{अ^{२}+क्ष^{२}}{अ-क्ष} = अ + क्ष + \frac{२क्ष^{२}}{अ-क्ष}, \quad \frac{अ^{३}+क्ष^{३}}{अ-क्ष} = अ^{२} + अक्ष + क्ष^{२} + \frac{२क्ष^{३}}{अ+क्ष}$

$\frac{अ^{८}+क्ष^{८}}{अ-क्ष} = अ^{७} + अ^{६}क्ष + अ^{५}क्ष^{२} + अ^{४}क्ष^{३} + अ^{३}क्ष^{४} + अ^{२}क्ष^{५} + अक्ष^{६} + क्ष^{७} + \frac{२क्ष^{८}}{अ-क्ष}$

$(अ+क्ष)^{३} = अ^{३} + ३अक्ष(अ+क्ष) + क्ष^{३}; \quad (अ+क्ष)^{४} = अ^{४} + ४अक्ष(अ^{२}+क्ष^{२}) + ६अ^{२}क्ष^{२} + क्ष^{४}$

$(अ-क्ष)^{३} = अ^{३} - ३अक्ष(अ-क्ष) - क्ष^{३}; \quad (अ-क्ष)^{४} = अ^{४} - ४अक्ष(अ^{२}+क्ष^{२}) + ६अ^{२}क्ष^{२} + क्ष^{४}$

$१^{३}+२^{३}+३^{३} = (१+२+३)^{२}, \quad १^{३}+२^{३}+३^{३}+४^{३} = (१+२+३+४)^{२}$

$१^{३}+२^{३}+३^{३}+४^{३}+५^{३}+६^{३}+७^{३}+८^{३} = (१+२+३+४+५+६+७+८)^{२}$

$१^{३}+२^{३}+३^{३}+४^{३}+५^{३}+६^{३} \cdots\cdots + न^{३} = (१+२+३+४+५+६ \cdots\cdots + न)^{२}$

(१)

एकवर्णसमीकरणें

(१) ३क्ष+५क्ष=११+५

८क्ष=१६ ∴ क्ष=१६/८=२

(२) ११क्ष-५क्ष=२७-९

६क्ष=१८ ∴ क्ष=१८/६=३

(३) ७क्ष=१००-३क्ष

७क्ष+३क्ष=१००

१०क्ष=१०० ∴ क्ष=१०

(४) १३क्ष=४५+४क्ष

१३क्ष-४क्ष=४५

९क्ष=४५ ∴ क्ष=५

(५) ३क्ष+४५=६क्ष

३क्ष-६क्ष=-४५

-३क्ष=-४५

∴ ३क्ष=४५ ∴ क्ष=१५

(६) ५क्ष-१८=१२+२क्ष

५क्ष-२क्ष=१२+१८

३क्ष=३० ∴ क्ष=१०

(७) ४क्ष+४८=७क्ष+९

४क्ष-७क्ष=९-४८

-३क्ष=-३९ ∴ क्ष=१३

(८) ३क्ष+४क्ष=२५+१२क्ष

७क्ष=२५+१२क्ष

७क्ष-१२क्ष=२५

-५क्ष=२५ ∴ क्ष=-५

(९) ३क्ष+[illegible]क्ष+१५=१२क्ष+५

७क्ष-१२क्ष=५-१५

(१०) -५क्ष+४क्ष-३=२क्ष-९

-क्ष-३=२क्ष-५

(अ) ४क्ष^2 + ५क्ष = २० + ४क्ष^2

∴ ५क्ष = २० ∴ क्ष = $\frac{२०}{५}$ = ४

क्ष + २क्ष = ५ − ३ = २

३क्ष = २ ∴ क्ष = $\frac{२}{३}$

(११) ८क्ष + ९क्ष − ५क्ष + ३६ = ९क्ष + ४८

१२क्ष + ३६ = ९क्ष + ४८ ∴ १२क्ष − ९क्ष = १२

३क्ष = १२ ∴ क्ष = $\frac{१२}{३}$ = ४

(१२) ४क्ष^2 − १२क्ष − २क्ष^2 (२क्ष + १) = १६ − २क्ष^3

४क्ष^2 − १२क्ष − ४क्ष^2 − २क्ष^3 = १६ − २क्ष^3

∴ −१२क्ष = १६ ∴ क्ष = −$\frac{४}{३}$

(१३) ३क्ष − ४क्ष^2 + ६क्ष − ५क्ष + ४क्ष^2 = १२०

∴ ३क्ष + ६क्ष − ५क्ष = १२० ∴ ९क्ष − ५क्ष = १२० ∴ ४क्ष = १२० ∴ क्ष = ३०

(ब) ४क्ष + ९क्ष − ५क्ष + ३५ = ९क्ष − ४९ + ११क्ष

८क्ष + ३५ = २०क्ष − ४९ ∴ १२क्ष = ८४ ∴ क्ष = ७

(१४) ८क्ष + १५ − ३क्ष + ११ + ९क्ष − ८ = १२क्ष + ४५ − ९क्ष + ४

८क्ष − ३क्ष + ९क्ष − १२क्ष + ९क्ष = ४५ + ४ − १५ − ११ + ८

११क्ष = २२ ∴ क्ष = $\frac{२२}{११}$ = २ ∴ क्ष = २ हें उत्तर

(१५) ३क्ष + १२ − ४क्ष + १७ = ९क्ष − १८ + १६क्ष − ३२

३क्ष − ४क्ष − ९क्ष − १६क्ष = −१८ − ३२ − १२ − १७

−२६क्ष = −७९ ∴ २६क्ष = ७९ ∴ क्ष = ३ $\frac{१}{२६}$

(१६) ३क्ष+५+९क्ष+६ = ५क्ष+१५+९क्ष+८

∴ ३क्ष+५+६=५क्ष+१५+८ ∴ −२क्ष=१२ ∴ क्ष=−६

(१७) १५क्ष+२४−८क्ष+६=११क्ष−८+७क्ष+२४

∴ १५क्ष−८क्ष+६=११क्ष−८+७क्ष ∴ १५क्ष+६=११क्ष−८+१५क्ष

∴ ६=११क्ष−८ ∴ ११क्ष=१४ ∴ क्ष= $\frac{१४}{११}$ = १ $\frac{३}{११}$

(१८) अक्ष+क−बक्ष−म=नक्ष+ब−सक्ष−ड

अक्ष−बक्ष−नक्ष+सक्ष=ब−ड−क+म

∴ क्ष(अ−ब−न+स)=ब+म−ड−क ∴ क्ष= $\frac{ब+म-(ड+क)}{अ+स-(ब+न)}$

(१९) ५क्ष+१५−६क्ष+७=९+१२क्ष−६क्ष+१४+५क्ष

१५+७=९+१२क्ष+१४ ∴ १२क्ष=२२−२३ ∴ क्ष= $\frac{-१}{१२}$

(२०) ३क्ष^२+४५−९क्ष+७क्ष^२=२क्ष^२−९९+४क्ष^२+क्ष^२+३क्ष^२

∴ ३क्ष^२+४५−९क्ष+७क्ष^२=३क्ष^२−९९+७क्ष^२

∴ ४५−९क्ष=९९ ∴ ९क्ष=४५+९९ ∴ क्ष=५+११=१६

(२१) ३क्ष+$\frac{३}{४}$=५क्ष−$\frac{१}{४}$ (२२) ७क्ष−$\frac{७}{८}$=३क्ष+$\frac{९}{८}$

$$\therefore \text{३क्ष} - \text{५क्ष} = -\frac{\text{१}}{\text{४}} - \frac{\text{३}}{\text{४}}$$

$$\mp\text{२क्ष} = \mp\text{१} \therefore \text{क्ष} = \frac{\text{१}}{\text{२}}$$

$$\text{७क्ष} - \text{३क्ष} = \frac{\text{९}}{\text{८}} + \frac{\text{७}}{\text{८}}$$

$$\text{४क्ष} = \frac{\text{१६}}{\text{८}} \therefore \text{क्ष} = \frac{\text{१६}}{\text{३२}} = \frac{\text{१}}{\text{२}}$$

(२३) $\text{५क्ष} + \frac{\text{३}}{\text{५}} = \text{३क्ष} + \frac{\text{७}}{\text{४}}$

$$\text{५क्ष} - \text{३क्ष} = \frac{\text{७}}{\text{४}} - \frac{\text{३}}{\text{५}}$$

$$\text{२क्ष} = \frac{\text{३५} - \text{१२}}{\text{२०}} \therefore \text{क्ष} = \frac{\text{२३}}{\text{४०}}$$

(२४) $\frac{\text{५क्ष}}{\text{६}} + \text{९} = \frac{\text{३क्ष}}{\text{४}} + \text{१८}$

$$\frac{\text{५क्ष}}{\text{६}} - \frac{\text{३क्ष}}{\text{४}} = \text{१८} - \text{९}$$

$$\frac{\text{१०क्ष}}{\text{१२}} - \frac{\text{९क्ष}}{\text{१२}} = \text{९} \therefore \frac{\text{क्ष}}{\text{१२}} = \text{९}$$

$$\therefore \text{क्ष} = \text{९} \times \text{१२} = \text{१०८}$$

(२५) $\frac{\text{क्ष}}{\text{२}} + \frac{\text{क्ष}}{\text{३}} + \frac{\text{क्ष}}{\text{४}} = \text{३९}$

$$\frac{\text{१२क्ष}}{\text{२}} + \frac{\text{१२क्ष}}{\text{३}} + \frac{\text{१२क्ष}}{\text{४}} = \text{३९} \times \text{१२}$$

$$\text{६क्ष} + \text{४क्ष} + \text{३क्ष} = \text{१९} \times \text{३६}$$

$$\therefore \text{१३क्ष} = \text{१३} \times \text{३६} \therefore \text{क्ष} = \text{३६}$$

(२६) $\frac{\text{३क्ष}}{\text{४}} + \frac{\text{५क्ष}}{\text{६}} = \frac{\text{४क्ष}}{\text{९}} - \text{१०}$

$$\frac{\text{१०८क्ष}}{\text{४}} + \frac{\text{१८०क्ष}}{\text{६}} = \frac{\text{१४४क्ष}}{\text{९}} - \text{३६०}$$

$$\text{२७क्ष} + \text{३०क्ष} = \text{१६क्ष} - \text{३६०}$$

$$\text{४१क्ष} = -\text{३६०} \therefore \text{क्ष} = -\frac{\text{३६०}}{\text{४१}}$$

(२७) $\frac{\text{३क्ष}}{\text{५}} + \frac{\text{४क्ष}}{\text{७}} = \frac{\text{३क्ष}}{\text{४}} + \text{९}$

$$\text{३क्ष} + \frac{\text{२०क्ष}}{\text{७}} = \frac{\text{१५क्ष}}{\text{४}} + \text{४५}$$

$$\text{२१क्ष} + \text{२०क्ष} = \frac{\text{१०५क्ष}}{\text{४}} + \text{३१५}$$

$$\text{८४क्ष} + \text{८०क्ष} = \text{१०५क्ष} + \text{१२६०}$$

(२८) $\frac{\text{५क्ष}}{\text{६}} + \frac{\text{३क्ष}}{\text{८}} - \frac{\text{७क्ष}}{\text{१०}} = \frac{\text{११}}{\text{१६}}$

$$\frac{\text{५क्ष}}{\text{३}} + \frac{\text{३क्ष}}{\text{४}} - \frac{\text{७क्ष}}{\text{५}} = \frac{\text{११}}{\text{८}}$$

$$\frac{\text{२०क्ष}}{\text{१२}} + \frac{\text{९क्ष}}{\text{१२}} - \frac{\text{७क्ष}}{\text{५}} = \frac{\text{११}}{\text{८}}$$

$५५क्ष = १२६० \therefore क्ष = \frac{१२६}{५.५}$

(क) $\frac{३क्ष}{५} - ४ + ३क्ष = -८ + ३क्ष$

$\therefore -४ + ३क्ष = -८क्ष = १२$

$\therefore क्ष = ४$

$\frac{२९क्ष}{१२} - \frac{७क्ष}{५} = \frac{११}{८}$

$\frac{१४५क्ष}{६०} - \frac{८४क्ष}{६०} = \frac{११}{८} \therefore \frac{६१क्ष}{६०} = \frac{११}{८}$

$\therefore क्ष = \frac{११}{८} \times \frac{६०}{६१} = \frac{६६०}{४८८}$

(२९) $\frac{३क्ष}{७} - ५\frac{१}{३} + \frac{२\frac{१}{४}क्ष}{५} = \frac{३\frac{१}{५}क्ष}{५} + १२\frac{१}{४} + ३क्ष$

$\therefore \frac{३क्ष}{७} - \frac{१६}{३} + \frac{९क्ष}{२०} = \frac{१३क्ष}{२०} + \frac{४९}{४} + ३क्ष$

$\frac{३क्ष}{७} + \frac{९क्ष}{२०} - \frac{१३क्ष}{२०} - ३क्ष = \frac{४९}{४} + \frac{१६}{३} \therefore \frac{३क्ष}{७} - \frac{४क्ष}{२०} - ३क्ष = १७\frac{७}{१२}$

$\therefore \frac{३क्ष}{७} - \frac{क्ष}{५} - ३क्ष = १७\frac{७}{१२} \therefore \frac{३क्ष}{७} - \frac{१६क्ष}{५} = \frac{७}{१२}$

$\frac{१५क्ष - ११२क्ष}{३५} = १७\frac{७}{१२} \therefore \frac{-९७क्ष}{३५} = १७\frac{७}{१२} \therefore क्ष = \frac{-१७\frac{७}{१२} \times ३५}{९७} = $ [illegible] $\frac{५०९}{११६४}$

(३०) $\frac{क्ष-५}{४} + ६क्ष = \frac{२८४-क्ष}{५}$

$\frac{क्ष}{४} - \frac{५}{४} + ६क्ष = \frac{२८४}{५} - \frac{क्ष}{५}$

$\frac{क्ष}{४} + ६क्ष + \frac{क्ष}{५} = ५६\frac{४}{५} + \frac{५}{४}$

$\frac{९क्ष}{२०} + ६क्ष = ५६\frac{४}{५} + १\frac{१}{४}$

(३१) $\frac{३क्ष+५}{६} + \frac{४क्ष - \frac{२}{३}}{४} = ५$

$\frac{३क्ष}{६} + \frac{५}{६} + \frac{४क्ष}{४} - \frac{२}{१२} = ५$

$\frac{क्ष}{२} + क्ष = ५ - \frac{५}{६} + \frac{१}{६}$

$क्ष(\frac{१}{२} + १) = ४\frac{१}{६} + \frac{१}{६} = ४\frac{२}{६}$

$६\frac{१}{२०} क्ष = ५७\frac{४}{५} + \frac{१}{४}$

$\therefore क्ष = \dfrac{५७\frac{४}{५} + \frac{१}{४}}{६\frac{१}{२०}} = ८$

$क्ष = \dfrac{४\frac{२}{६}}{\frac{१}{२}+१} = \dfrac{४\frac{१}{३}}{\frac{३}{२}} = \frac{१३}{३} \div \frac{३}{२}$

$\therefore क्ष = \frac{१३}{३} \times \frac{२}{३} = \frac{२६}{९} = २\frac{८}{९}$

(३२) $\dfrac{क्ष + ४\frac{१}{४}}{७\frac{१}{३}} + \dfrac{३क्ष - ५\frac{२}{३}}{३\frac{३}{४}} = \dfrac{४क्ष - ७\frac{२}{३}}{४\frac{४}{५}} + ३\frac{४}{७}$

$\dfrac{क्ष}{७\frac{१}{३}} + \dfrac{४\frac{१}{४}}{७\frac{१}{३}} + \dfrac{३क्ष}{३\frac{३}{४}} - \dfrac{५\frac{२}{३}}{३\frac{३}{४}} = \dfrac{४क्ष}{४\frac{४}{५}} - \dfrac{७\frac{२}{३}}{४\frac{४}{५}} + ३\frac{४}{७}$

$\frac{३क्ष}{२२} + \frac{५१}{८८} + \frac{१२क्ष}{१५} - \frac{६८}{४५} = \frac{२०क्ष}{२४} - \frac{११५}{७२} + \frac{२५}{७}$

$\frac{३क्ष}{२२} + \frac{४क्ष}{५} - \frac{५क्ष}{६} = -\frac{११५}{७२} + \frac{२५}{७} - \frac{५१}{८८} + \frac{६८}{४५}$

$क्ष\left(\frac{३}{२२} + \frac{४}{५} - \frac{५}{६}\right) = -\frac{११५}{७२} + \frac{२५}{७} - \frac{५१}{८८} + \frac{६८}{४५}$

$क्ष = \dfrac{-\frac{११५}{७२} + \frac{२५}{७} - \frac{५१}{८८} + \frac{६८}{४५}}{\frac{३}{२२} + \frac{४}{५} - \frac{५}{६}} =$

(३३) $\frac{३बक्ष}{अ} + \frac{कक्ष}{अ} = न$

$\therefore \frac{३बक्ष + कक्ष}{अ} = न$

(३४) $\frac{अक्ष}{३म} - \frac{५नक्ष}{२ब} = क$

$क्ष\left(\frac{४अ}{३म} - \frac{५न}{२ब}\right) = क$

$$३\text{बक्ष}+\text{कक्ष}=\text{अन}$$

$$\text{क्ष}(३\text{ब}+\text{क})=\text{अन}$$

$$\text{क्ष}=\frac{\text{अन}}{३\text{ब}+\text{क}}$$

$$\text{क्ष}=\frac{\text{क}}{\frac{४\text{अ}}{३\text{म}}-\frac{५\text{न}}{२\text{ब}}}$$

(३५) $१२-\text{क्ष}:\frac{\text{क्ष}}{२}::४:१$

$१२-\text{क्ष}=२\text{क्ष}\therefore\text{क्ष}=४$

(३६) $५\text{क्ष}+४:३\text{क्ष}-२::८:६$

$३०\text{क्ष}+२४=२४\text{क्ष}-१६$

$६\text{क्ष}=-४०\therefore\text{क्ष}=-६\frac{२}{३}$

(३७) $\frac{५\text{क्ष}+४}{२}:\frac{१८-\text{क्ष}}{२}::७:४$

$१०\text{क्ष}+८=\frac{१२६-७\text{क्ष}}{२}$

$२०\text{क्ष}+१६=१२६-७\text{क्ष}$

$२७\text{क्ष}=११०\therefore\text{क्ष}=४\frac{२}{२७}$

(३८) $\frac{३\text{क्ष}-५}{\text{क्ष}-८}:\frac{६\text{क्ष}-८}{५\text{क्ष}+१}::५:२$

$$\frac{६\text{क्ष}-१०}{\text{क्ष}-८}=\frac{३०\text{क्ष}-४०}{५\text{क्ष}+१}$$

$$\frac{६\text{क्ष}-४८+३८}{\text{क्ष}-८}=\frac{३०\text{क्ष}+६-९४}{५\text{क्ष}+१}$$

$$\frac{६\text{क्ष}-४८}{\text{क्ष}-८}+\frac{३८}{\text{क्ष}-८}=\frac{३०\text{क्ष}+६}{५\text{क्ष}+१}-\frac{९४}{५\text{क्ष}+१}$$

$$६+\frac{३८}{\text{क्ष}-८}=६-\frac{९४}{५\text{क्ष}+१}\therefore\frac{३८}{\text{क्ष}-८}=-\frac{९४}{५\text{क्ष}+१}$$

$$\therefore\frac{१९}{\text{क्ष}-८}=-\frac{४७}{५\text{क्ष}+१}\therefore १९(५\text{क्ष}+१)=-४७(\text{क्ष}-८)$$

$$९५\text{क्ष}+१९=-४७\text{क्ष}+३७६$$

(३९) $\text{अक्ष}+\text{ब}:\text{कक्ष}+\text{म}::\text{न}:\text{ड}$

$\text{अडक्ष}+\text{बड}=\text{कनक्ष}+\text{मन}$

$\text{अडक्ष}-\text{कनक्ष}=\text{मन}-\text{बड}$

$\text{क्ष}(\text{अड}-\text{कन})=\text{मन}-\text{बड}$

$क्ष = \frac{मन - बड}{३ब - कन}$

$\therefore १४२क्ष = १९५ \therefore क्ष = १\frac{५३}{१४२}$

(४०) $३क्ष^२ + ५ : ५क्ष^२ - ३क्ष :: ३ : ५$

$१५क्ष^२ + २५ = १५क्ष^२ - ९क्ष$

$\therefore २५ = -९क्ष \therefore क्ष = -२\frac{७}{९}$

(४१) $७क्ष^२ + ५क्ष : ५क्ष^२ + ६ :: ७ : ५$

$३५क्ष^२ + २५क्ष = ३५क्ष^२ + ४२$

$२५क्ष = ४२ \therefore क्ष = १\frac{१७}{२५}$

(४२) $३क्ष^३ - ५क्ष^३ : ५क्ष^३ + ७क्ष^३ :: १ : ५$

$१५क्ष^३ - २५क्ष^३ = १५क्ष^३ + ३५क्ष^३$

$-२५क्ष^३ = -३५ \therefore क्ष^३ = \frac{३५}{२५} = \frac{७}{५}$

$क्ष = \sqrt{\frac{७}{५}}$

(४३) $४क्ष^२ + अक्ष :: ७क्ष^२ \div २ : ४ : ७$

$२८क्ष^२ + ७अक्ष = २८क्ष^२ - ८$

$७अक्ष = -८ \therefore क्ष = \frac{-८}{७अ}$

(४४) $५क्ष + ३ : १५ :: क्ष^२ - ४क्ष : ३क्ष - ८$

$\therefore (५क्ष + ३)(३क्ष - ८) = १५(क्ष^२ - ४क्ष)$

$१५क्ष^२ - ३१क्ष - २४ = १५क्ष^२ - ६०क्ष$

$-३१क्ष - २४ = ६०क्ष \therefore २९क्ष = २४ \therefore क्ष = \frac{२४}{२९}$

(४५) $८क्ष + ५ : ७क्ष - ९ :: \frac{१६क्ष - ५}{३} : ४\frac{२}{३}क्ष + १३$

$\therefore (८क्ष + ५)(४\frac{२}{३}क्ष - ७) = (७क्ष - ९)(\frac{१६क्ष - ५}{३})$

$\frac{(८क्ष + ५)(१४क्ष - २१)}{३} = \frac{(७क्ष - ९)(१६क्ष - ५)}{३}$

$\therefore -२८ क्ष = १०५ = -१७२ क्ष + ४५ \therefore ८१ क्ष = १५० \therefore क्ष = १ \frac{[illegible]}{८१}$

(४६) $\sqrt{३ क्ष + ४} = ४$

वर्गकरून $३ क्ष + ४ = १६$

$\therefore ३ क्ष = १२ \therefore क्ष = ४$

(४७) $\sqrt{१२ + क्ष} + ४ = ८$

$\sqrt{१२ + क्ष} = ८ - ४ = ४$

वर्गकरून $१२ + क्ष = १६ \therefore क्ष = ४$

(४८) $\sqrt{६ + २ क्ष} - ५ = ७$

$\therefore \sqrt{६ + २ क्ष} = १२$

वर्गकरून $६ + २ क्ष = १४४$

$\therefore ३ + क्ष = ७२ \therefore क्ष = ६९$

(४९) $४ \sqrt{५ + क्ष} = ३$

$\therefore \sqrt{५ + क्ष} = \frac{३}{४}$ वर्गकरावा

$५ + क्ष = \frac{९}{१६} \therefore क्ष = -४ \frac{७}{१६}$

(५०) $\sqrt[३]{२ + क्ष} = ३$

घनकरून $२ + क्ष = २७ \therefore$

$क्ष = २५$

(५१) $३ \sqrt[४]{५ + क्ष} = ४$

$\therefore \sqrt[४]{५ + क्ष} = \frac{४}{३}$

$५ + क्ष = \left(\frac{४}{३}\right)^४ = \frac{२५६}{८१}$

$क्ष = ३ \frac{१३}{८१} - ५ = -१ \frac{६८}{८१}$

(५२) $\sqrt{९ + ३ क्ष} = ३ - क्ष$

$९ + ३ क्ष = ९ - ६ क्ष + क्ष^२$

$\therefore ३ क्ष = -६ क्ष + क्ष^२$

$३ = -६ + क्ष$

$\therefore क्ष = ९$

(५३) $\sqrt{३ + ५ क्ष + ४ क्ष^२} = २ - २ क्ष$

$३ + ५ क्ष + ४ क्ष^२ = ४ - ८ क्ष + ४ क्ष^२$

$३ + ५ क्ष = ४ - ८ क्ष \therefore १३ क्ष = १$

$\therefore क्ष = \frac{१}{१३}$

(६६) $\text{क्ष} = \sqrt{\text{अ}^2 + \text{क्ष}\sqrt{\text{ब}^2 + \text{क्ष}^2}} - \text{अ}$

$\therefore \text{अ}^2 + \text{२अक्ष} + \text{क्ष}^2 = \text{अ}^2 + \text{क्ष}\sqrt{\text{ब}^2 + \text{क्ष}^2} \therefore \text{२अक्ष} + \text{क्ष}^2 = \text{क्ष}\sqrt{\text{ब}^2 + \text{क्ष}^2}$

$\therefore \text{२अ} + \text{क्ष} = \sqrt{\text{ब}^2 + \text{क्ष}^2} \therefore \text{४अ}^2 + \text{४अक्ष} + \text{क्ष}^2 = \text{ब}^2 + \text{क्ष}^2$

$\therefore \text{४अ}^2 + \text{४अक्ष} = \text{ब}^2 \therefore \text{४अक्ष} = \text{ब}^2 - \text{४अ}^2 \therefore \text{क्ष} = \frac{\text{ब}^2 - \text{४अ}^2}{\text{४अ}}$

(६७) $\sqrt{\text{क्ष} + \sqrt{\text{क्ष}}} - \sqrt{\text{क्ष} - \sqrt{\text{क्ष}}} = \frac{३}{२} \cdot \sqrt{\frac{\text{क्ष}}{\text{क्ष} + \sqrt{\text{क्ष}}}}$

छेदसोडऊन $\text{क्ष} + \sqrt{\text{क्ष}} - \sqrt{\text{क्ष}^2 - \text{क्ष}} = \frac{३}{२} \cdot \sqrt{\text{क्ष}}$

$\therefore \sqrt{\text{क्ष}^2 - \text{क्ष}} = \text{क्ष} - \frac{१}{२}\sqrt{\text{क्ष}} \therefore \text{क्ष}^2 - \text{क्ष} = \text{क्ष}^2 - \text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}} + \frac{१}{४}\text{क्ष}$

$\therefore -\text{क्ष} = -\text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}} + \frac{१}{४}\text{क्ष} \therefore \text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}} = \frac{५}{४}\text{क्ष} \therefore \sqrt{\text{क्ष}} = \frac{५}{४}$

(६८) $\sqrt{५ + \text{क्ष}} + \sqrt{\text{क्ष}} = \frac{\sqrt{३ + \sqrt{\text{क्ष}}} + २\sqrt{७\frac{१}{२} - ६\sqrt{\text{क्ष}}}}{\sqrt{५ + \text{क्ष}} - \sqrt{\text{क्ष}}}$

$\therefore ५ + \text{क्ष} - \text{क्ष} = \sqrt{३ + \sqrt{\text{क्ष}}} + २\sqrt{७\frac{१}{२} - ६\sqrt{\text{क्ष}}}$

$\therefore ५ - \sqrt{३ + \sqrt{\text{क्ष}}} = २\sqrt{७\frac{१}{२} - ६\sqrt{\text{क्ष}}}$

$२५ - १०\sqrt{३ + \sqrt{\text{क्ष}}} + ३ + \sqrt{\text{क्ष}} = ३० - २४\sqrt{\text{क्ष}}$

$\therefore -१०\sqrt{३ + \sqrt{\text{क्ष}}} = २ - २५\sqrt{\text{क्ष}} \therefore २\sqrt{३ + \sqrt{\text{क्ष}}} = ५\sqrt{\text{क्ष}} + \frac{२}{५}$

$\therefore १२ + ४\sqrt{\text{क्ष}} = २५\text{क्ष} + ४\sqrt{\text{क्ष}} + \frac{४}{२५}$

$\therefore १२ = २५\text{क्ष} + \frac{४}{२५} \therefore \text{क्ष} = \frac{१२ - \frac{४}{२५}}{२५}$

(१) $\frac{\text{क्ष}+\text{१}}{\text{५}}+\text{३}=\frac{\text{२क्ष}-\text{३}}{\text{३}}$

(२) $\frac{\text{४क्ष}-\text{५}}{\text{६}}-\frac{\text{४}}{\text{५}}=\frac{\text{४क्ष}}{\text{३}}$

(३) $\frac{\text{७क्ष}+\text{२}}{\text{३}}+\text{५क्ष}=\text{२८}+\frac{\text{५क्ष}-\text{६}}{\text{७}}$

(४) $\frac{\text{८क्ष}-\text{५}}{\text{१५}}-\frac{\text{४क्ष}}{\text{७}}=\text{३}-\frac{\text{५क्ष}+\text{३}}{\text{५}}$

(५) $\frac{\text{३क्ष}}{\text{४}}+\frac{\text{५}-\text{६क्ष}}{\text{८}}+\text{२क्ष}=\text{४}\frac{\text{१}}{\text{४}}$

(६) $\frac{\text{४क्ष}-\text{५}}{\text{६}}-\text{३}\frac{\text{१}}{\text{५}}=\frac{\text{२क्ष}}{\text{३}}+\text{५}-\text{क्ष}$

(७) $(\text{क्ष}+\text{२})(\text{क्ष}-\text{३})=\text{क्ष}^{\text{२}}-\text{९क्ष}+\text{४}$

(८) $\frac{\text{३क्ष}+\text{४}}{\text{५}}+\text{२क्ष}=\frac{\text{२२}-\text{क्ष}}{\text{५}}+\text{१६}$

(९) $\frac{\text{७}-\text{क्ष}}{\text{२}}+\text{४}=\frac{\text{३क्ष}-\text{११}}{\text{४}}+\frac{\text{८क्ष}+\text{१५}}{\text{६}}$

(१०) $\frac{\text{२क्ष}-\text{५}}{\text{१८}}+\frac{\text{१९}-\text{क्ष}}{\text{३}}=\frac{\text{१०क्ष}-\text{७}}{\text{९}}-\frac{\text{५}}{\text{२}}$

(११) $\frac{\text{३क्ष}+\text{५}}{\text{८}}+\text{५क्ष}=\text{३९}+\frac{\text{२१}+\text{क्ष}}{\text{३}}$

(१२) $\frac{\text{१४क्ष}+\text{५}}{\text{८}}+\frac{\text{३क्ष}-\text{२}}{\text{५}}=\frac{\text{५}+\text{७क्ष}}{\text{४}}$

(१३) $\text{क्ष}-\frac{\text{२क्ष}+\text{१}}{\text{३}}=\frac{\text{क्ष}+\text{३}}{\text{४}}$

(१४) $\text{४क्ष}-\frac{\text{८}+\text{२क्ष}}{\text{३}}=\text{३९}-\text{५क्ष}$

(१५) $\frac{\text{२१}-\text{३क्ष}}{\text{३}}-\frac{\text{४क्ष}+\text{६}}{\text{९}}=\text{६}-\frac{\text{५क्ष}+\text{[illegible]}}{\text{४}}$

(१६) $\frac{\text{अक्ष}}{\text{३}}+\frac{\text{३बक्ष}}{\text{४}}=\text{३मक्ष}-\text{४}$

(१७) $\frac{\text{४अ}+\text{३क्ष}^{\text{२}}}{\text{४}}+\frac{\text{३ब}-\text{५क्ष}}{\text{६}}=\frac{\text{३}+\text{५क्ष}^{\text{२}}}{\text{८}}$

(१८) $\frac{\text{३क्ष}+\text{१}}{\text{४क्ष}-\text{५}}+\frac{\text{३}}{\text{४}}=\frac{\text{५}+\text{६क्ष}}{\text{८क्ष}-\text{१०}}$

(१९) $\frac{५\text{क्ष}+८}{११} - \frac{५\text{क्ष}+३}{२} = \frac{२७-४\text{क्ष}}{३} - \frac{३\text{क्ष}+९}{२}$

(२०) $\frac{७\text{क्ष}-१३\frac{१}{२}}{११} - \frac{२}{३} \cdot \frac{\text{क्ष}-१५}{७} = \frac{१५}{१४}(\text{क्ष}-१)$

(२१) $५\text{क्ष} + \frac{७\text{क्ष}+९}{४\text{क्ष}+३} = ९ + \frac{१०\text{क्ष}^{२}-१८}{२\text{क्ष}+३}$

(२२) $\frac{७\text{क्ष}+६}{२८} + \frac{\text{क्ष}-३}{४२} + \frac{\text{क्ष}}{४} = \frac{११\text{क्ष}}{२१} + \frac{२\text{क्ष}+४\frac{२}{७}}{२३\text{क्ष}-६}$

(२३) $\frac{६-५\text{क्ष}}{१५} \; \frac{७-२\text{क्ष}^{२}}{१४(\text{क्ष}-१)} = \frac{१+३\text{क्ष}}{२१} - \frac{२\text{क्ष}-१\frac{१}{६}}{६} + \frac{१}{१०५}$

(२४) $\frac{९\text{क्ष}+२०}{३६} = \frac{४\text{क्ष}-१२}{५\text{क्ष}-४} + \frac{\text{क्ष}}{४}$

(२५) $\frac{२०\text{क्ष}+३६}{२५} + \frac{५\text{क्ष}+२०}{९\text{क्ष}-१६} = \frac{४\text{क्ष}}{५} + \frac{४८}{२५}$

(२६) $\frac{१८\text{क्ष}-१९}{२८} + \frac{११\text{क्ष}+२१}{६\text{क्ष}+१४} = \frac{९\text{क्ष}+१५}{१४}$

(२७) $\frac{२\text{क्ष}+८\frac{१}{२}}{९} - \frac{१३\text{क्ष}-२}{१७\text{क्ष}-३२} + \frac{\text{क्ष}}{३} = \frac{७\text{क्ष}}{१२} - \frac{\text{क्ष}+१६}{३६}$

(२८) $\text{२१} + \frac{\text{३क्ष}-\text{११}}{\text{१६}} = \frac{\text{५क्ष}-\text{५}}{\text{८}} + \frac{\text{९७}-\text{७क्ष}}{\text{२}}$

(२९) $\frac{\text{२१}-\text{३क्ष}}{\text{३}} - \frac{\text{४क्ष}+\text{६}}{\text{९}} = \text{६} - \frac{\text{५क्ष}+\text{१}}{\text{४}}$

(३०) $\frac{\text{४क्ष}-\text{२१}}{\text{९}} + \text{३}\frac{\text{३}}{\text{४}} + \frac{\text{५७}-\text{३क्ष}}{\text{४}} = \text{२४१} - \frac{\text{५क्ष}-\text{९६}}{\text{१२}} - \text{११क्ष}$

(३१) $\frac{\text{क्ष}}{\text{२}} - \frac{\frac{\text{२क्ष}-\text{३}}{\text{३}} - \frac{\text{३क्ष}-\text{१}}{\text{४}}}{\frac{\text{क्ष}-\text{१}}{\text{२}}} = \frac{\text{३}}{\text{२}}\left(\frac{\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{२}}{\text{३क्ष}-\text{२}}\right)$

(३२) $\frac{\text{१५क्ष}+\text{८}}{\text{३क्ष}+\text{१}} + \frac{\text{२०क्ष}-\text{१२}}{\text{५क्ष}-\text{२}} = \frac{\text{१०७}-\text{६क्ष}}{\text{१३}-\text{क्ष}}$

(३३) $\text{४क्ष}+\text{५} : \text{३क्ष}+\text{७} :: \text{१७} : \text{१६}$

(३४) $\frac{\text{१०}+\text{क्ष}}{\text{५}} : \frac{\text{४क्ष}-\text{९}}{\text{७}} :: \text{१४} : \text{५}$

(३५) $\frac{\text{१७}-\text{४क्ष}}{\text{४}} : \frac{\text{१५}+\text{२क्ष}}{\text{३}} - \text{२क्ष} : \text{५} : \text{४}$

(३६) $\text{१६क्ष}+\text{५} : \frac{\text{४क्ष}+\text{१४}}{\text{०क्ष}+\text{३१}} : \text{३६क्ष}+\text{१०} : \text{१}$

(३७) $\frac{\text{४क्ष}+\text{३}}{\text{६क्ष}-\text{४३}} : \text{१} :: \text{२क्ष}+\text{१९} : \text{३क्ष}-\text{१९}$

(३८) $\text{अ}+\text{क्ष} : \text{अ}-\text{क्ष} :: \text{ब} : \text{क}$

(३९) $\text{३क्ष}^{\text{२}}+\text{५क्ष}-\text{६} : \text{४क्ष}^{\text{२}}-\text{८क्ष}+\text{७} :: \text{२१} : \text{२८}$

(४०) $\frac{\text{३}}{\text{२}}\text{क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{५}}{\text{३}}\text{क्ष}-\frac{\text{५}}{\text{६}} : \frac{\text{४}}{\text{५}}\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{३}}{\text{७}}\text{क्ष}+\frac{\text{४}}{\text{९}} :: \text{१५} : \text{८}$

(४१) $\sqrt{\text{क्ष}}+\sqrt{\text{क्ष}-\text{९}} = \frac{\text{३६}}{\sqrt{\text{क्ष}-\text{९}}}$

(४२) $\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{१२}}} = \text{१}+\text{क्ष}$

(४३) $\frac{\text{अ}}{\sqrt{\text{अ}^{\text{२}}+\text{क्ष}^{\text{२}}}-\text{क्ष}} = \text{ब} \therefore \sqrt{\text{अ}^{\text{२}}+\text{क्ष}^{\text{२}}}-\text{क्ष} = \frac{\text{अ}}{\text{ब}}$

(४४) $\frac{\sqrt{\text{अ}}-\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}}{\sqrt{\text{अ}}+\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}} = \text{अ}$

(४५) $\frac{\text{अ}+\text{क्ष}+\sqrt{\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{\text{२}}}}{\text{अ}+\text{क्ष}-\sqrt{\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{\text{२}}}} = \text{ब}$

(४६) $\text{१२}-\text{क्ष} : \frac{\text{क्ष}}{\text{२}} :: \text{४} : \text{१} \therefore \text{१२}-\text{क्ष} = \text{२क्ष} \therefore \text{क्ष} = \text{४}$

(४७) $\text{५क्ष}+\text{४} : \text{३क्ष}-\text{२} :: \text{८} : \text{६} \therefore \text{३०क्ष}+\text{२४} = \text{२४क्ष}-\text{१६} \therefore \text{क्ष} = \text{६}\frac{\text{२}}{\text{३}}$

मागें सोडविण्याकरितां दिलेलीं एकवर्ण समीकरणें येथें सोडविलीं आहेत.

$(१)\ \frac{क्ष+१}{५}+३=\frac{२क्ष-३}{३}$

$३क्ष+३+४५=१०क्ष-१५$

$\therefore ७क्ष=६३ \therefore क्ष=९$

$(२)\ \frac{४क्ष-५}{६}-\frac{४}{५}=\frac{४क्ष}{३}$

$२०क्ष-२५-२४=४०क्ष$

$\therefore २०क्ष=-४९ \therefore क्ष=-२\frac{९}{२०}$

$(३)\ \frac{७क्ष+२}{३}+५क्ष=२८+\frac{५क्ष-६}{७}$

$\frac{७क्ष+२+१५क्ष}{३}=\frac{५क्ष+१९०}{७}$

$१५४क्ष+१४=१५क्ष+५७०$

$\therefore १३९क्ष=५५६ \therefore क्ष=४$

$(४)\ \frac{८क्ष-५}{१५}-\frac{४क्ष}{७}=३-\frac{५क्ष+३}{५}$

$\therefore \frac{८क्ष}{१५}-\frac{१}{३}-\frac{४क्ष}{७}=३-क्ष-\frac{३}{५}$

$\frac{८क्ष}{१५}-\frac{४क्ष}{७}+क्ष=३-\frac{३}{५}+\frac{१}{३}$

$\frac{८क्ष}{१५}+\frac{३क्ष}{७}=२\frac{२}{५}+\frac{१}{३}$

$\frac{५६क्ष+४५क्ष}{१०५}=\frac{३०\frac{३०}{५}+\frac{१५}{३}}{१५}$

$\frac{१०१क्ष}{१०५}=\frac{३६+५}{१५}=\frac{४१}{१५}$

$\therefore क्ष=\frac{४१}{१५}\times\frac{१०५}{१०१}=\frac{४१\times७}{१०१}$

$(५)\ \frac{३क्ष}{४}+\frac{५-६क्ष}{८}+२क्ष=४\frac{१}{४}$

$\frac{३क्ष}{४}+\frac{५}{८}-\frac{३क्ष}{४}+२क्ष=४\frac{१}{४}$

$\therefore \frac{५}{८}+२क्ष=४\frac{१}{४} \therefore २क्ष=\frac{२९}{८}$

$(६)\ \frac{४क्ष-५}{६}+३\frac{१}{५}=\frac{२क्ष}{३}+५-क्ष$

$\frac{२क्ष}{३}-\frac{५}{६}+३\frac{१}{५}=\frac{२क्ष}{३}+५-क्ष$

$\therefore क्ष=५+\frac{५}{६}-३\frac{१}{५}=\frac{५}{६}+१\frac{४}{५}$

$\therefore क्ष=१\frac{२५+२४}{३०}=१\frac{४९}{३०}=२\frac{१९}{३०}$

(७) $(क्ष+२)(क्ष-३)=क्ष^{२}-९क्ष+४$

$\therefore क्ष^{२}-क्ष-६=क्ष^{२}-९क्ष+४$

$\therefore ८क्ष=१० \quad \therefore क्ष=१\frac{१}{४}$

(८) $\frac{३क्ष+४}{५}+२क्ष=\frac{२२-क्ष}{५}+१६$

$\therefore \frac{३क्ष+४}{५}+\frac{१०क्ष}{५}=\frac{२२-क्ष}{५}+\frac{८०}{५}$

$\therefore ३क्ष+४+१०क्ष=२२-क्ष+८०$

$\therefore १४क्ष=९८ \quad \therefore क्ष=७$

(९) $\frac{७-क्ष}{२}+४=\frac{३क्ष-११}{४}+\frac{८क्ष+१५}{६}$

$\therefore \frac{४२-६क्ष}{१२}+\frac{४८}{१२}=\frac{९क्ष-३३}{१२}+\frac{१६क्ष+३०}{१२}$

$४२-६क्ष+४८=९क्ष-३३+१६क्ष+३०$

$९०-६क्ष=२५क्ष-३ \quad \therefore ३१क्ष=९३$

$\therefore क्ष \;\; \frac{९३}{३१}$

$क्ष-३$

(१०) $\frac{२क्ष-५}{१८}+\frac{१९-क्ष}{३}=\frac{१०क्ष-७}{९}-\frac{५}{२}$

$\frac{क्ष}{९}-\frac{५}{१८}+\frac{१९}{३}-\frac{क्ष}{३}=\frac{१०क्ष}{९}-\frac{७}{९}-\frac{५}{२}$

$\therefore \frac{क्ष}{९}-\frac{१०क्ष}{९}-\frac{क्ष}{३}=-\frac{७}{९}-\frac{५}{२}+\frac{५}{१८}-\frac{१९}{३}$

$-क्ष-\frac{क्ष}{३}=\frac{-१४}{१८}-\frac{४५}{१८}+\frac{५}{१८}-\frac{१९}{३}$

$\frac{-४क्ष}{३}=\frac{-५४}{१८}-\frac{१९}{३}=-३-६\frac{१}{३}=-९\frac{१}{३}$

$\therefore क्ष=९\frac{१}{३}\times\frac{३}{४}=\frac{२८}{४}=७$

(११) $\frac{३क्ष+५}{८}+५क्ष=३९+\frac{२१+क्ष}{३}$

$\therefore ९क्ष+१५+१२०क्ष=९३६+१६८+८क्ष$

$१२९क्ष+१५=११०४+८क्ष$

$१२१क्ष=१०८९ \quad \therefore क्ष=\frac{१०८९}{१२१}=८$

(१२) $\frac{१४क्ष+५}{८}+\frac{३क्ष-२}{५}=\frac{५+७क्ष}{४}$

$\frac{७क्ष}{४}+\frac{५}{८}+\frac{३क्ष}{५}-\frac{२}{५}=\frac{५}{४}+\frac{७क्ष}{४}$

$\therefore \frac{५}{८}+\frac{३क्ष}{५}-\frac{२}{५}=\frac{५}{४}$



$\therefore \frac{३क्ष}{५} = \frac{५}{४} - \frac{२}{५} - \frac{५}{८} - \frac{५}{१०} + \frac{२}{५}$

$\therefore \frac{३क्ष}{५} = \frac{४१}{४०} \therefore ३क्ष = \frac{४१}{८} \therefore क्ष = \frac{४१}{२४}$

(१३) $क्ष - \frac{२क्ष+१}{३} = \frac{क्ष+३}{४}$

$१२क्ष - ८क्ष - ४ = ३क्ष + ९$

$४क्ष - ४ = ३क्ष + ९$

$क्ष = ९ + ४ \therefore क्ष = १३$

$\therefore क्ष = १३$

(१४) $४क्ष - \frac{८+२क्ष}{३} = ३९ - ५क्ष$

$४क्ष + ५क्ष - \frac{८+२क्ष}{३} = ३९$

$९क्ष - \frac{८+२क्ष}{३} = ३९$

$२७क्ष - ८ - २क्ष = ११७$

$२५क्ष = १२५ \therefore क्ष = ५$

(१५) $\frac{२१-३क्ष}{३} - \frac{४क्ष+६}{९} = ६ - \frac{५क्ष+१}{४}$

$७ - क्ष - \frac{४क्ष+६}{९} = ६ - \frac{५क्ष+१}{४}$

$१ - क्ष + \frac{५क्ष+१}{४} = \frac{४क्ष+६}{९}$

$४ - ४क्ष + ५क्ष + १ = \frac{१६क्ष+२४}{९}$

$५ + क्ष = \frac{१६क्ष+२४}{९}$

$४५ + ९क्ष = १६क्ष + २४$

$\therefore ७क्ष = २१ \therefore क्ष = ३$

(१६) $\frac{अक्ष}{३} + \frac{३बक्ष}{४} = ३मक्ष - ४$

$४अक्ष + ९बक्ष = ३६मक्ष - ४८$

$क्ष(४अ + ९ब - ३६म) = -४८$

$\therefore क्ष = \frac{-४८}{४अ + ९ब - ३६म}$

(१७) $\frac{४अ+३क्ष^२}{४} + \frac{३ब-५क्ष}{६} = \frac{३+६क्ष^२}{८}$

$अ + \frac{३क्ष^२}{४} + \frac{ब}{२} - \frac{५क्ष}{६} = \frac{३}{८} + \frac{३}{४}क्ष^२$

$अ + \frac{ब}{२} - \frac{५क्ष}{६} = \frac{३}{८}$

$$\frac{क्ष}{४}+\frac{३}{१४}+\frac{क्ष}{४२}-\frac{१}{१४}+\frac{क्ष}{४}=\frac{२२क्ष}{४२}+\frac{२क्ष+\frac{३०}{७}}{२३क्ष-६}$$

$$\frac{क्ष}{२}+\frac{क्ष}{४२}-\frac{२२क्ष}{४२}+\frac{१}{७}=\frac{१४क्ष+३०}{७(२३क्ष-६)}$$

$$\frac{क्ष}{२}-\frac{२१क्ष}{४२}+\frac{१}{७}=\frac{१४क्ष+३०}{७(२३क्ष-६)} \therefore \frac{१}{७}=\frac{१४क्ष+३०}{७(२३क्ष-६)}$$

$$१=\frac{१४क्ष+३०}{२३क्ष-६} \therefore २३क्ष-६=१४क्ष+३०$$

$$\therefore ९क्ष=३६ \therefore क्ष=४$$

(२३) $$\frac{६-५क्ष}{१५}-\frac{७-२क्ष^२}{१४(क्ष-१)}=\frac{१+३क्ष}{२१}-\frac{२क्ष-\frac{११}{५}}{६}+\frac{१}{१०५}$$

$$\frac{१२}{३०}-\frac{क्ष}{३}-\frac{७-२क्ष^२}{१४(क्ष-१)}=\frac{१+३क्ष}{२१}-\frac{क्ष}{३}+\frac{११}{३०}+\frac{१}{१०५}$$

$$\frac{१२}{३०}-\frac{११}{३०}-\frac{७-२क्ष^२}{१४(क्ष-१)}=\frac{५}{१०५}+\frac{क्ष}{७}+\frac{१}{१०५}$$

$$\frac{१}{३०}-\frac{१}{२(क्ष-१)}+\frac{क्ष^२}{७(क्ष-१)}=\frac{६}{१०५}+\frac{क्ष(क्ष-१)}{७(क्ष-१)}$$

$$\frac{१}{३०}-\frac{२}{३५}-\frac{१}{२(क्ष-१)}+\frac{क्ष^२-क्ष(क्ष-१)}{७(क्ष-१)}=०$$

$$\frac{७}{२१०}-\frac{१२}{२१०}-\frac{१}{२(क्ष-१)}+\frac{क्ष}{७(क्ष-१)}=०$$

$$\frac{-\text{५}}{\text{२१०}}=\frac{\text{१}}{\text{क्ष}-\text{१}}\left(\frac{\text{१}}{\text{२}}-\frac{\text{क्ष}}{\text{७}}\right)\therefore\frac{\text{१}}{\text{४२}}=\frac{\text{१}}{\text{१४}(\text{क्ष}-\text{१})}(\text{७}-\text{२क्ष})$$

$$\frac{\text{१}}{\text{३}}=\frac{\text{१}}{\text{क्ष}-\text{१}}(\text{७}-\text{२क्ष})=\therefore\text{क्ष}-\text{१}=\text{२१}-\text{६क्ष}$$

$$\text{७क्ष}=\text{२२}\therefore\text{क्ष}=\text{३}\frac{\text{१}}{\text{७}}$$

(२४) $$\frac{\text{९क्ष}+\text{२०}}{\text{३६}}=\frac{\text{४क्ष}-\text{१२}}{\text{५क्ष}-\text{४}}+\frac{\text{क्ष}}{\text{४}}$$

$$\frac{\text{९क्ष}+\text{२०}}{\text{३६}}-\frac{\text{क्ष}}{\text{४}}=\frac{\text{४क्ष}-\text{१२}}{\text{५क्ष}-\text{४}}\therefore\frac{\text{२०}}{\text{३६}}=\frac{\text{४क्ष}-\text{१२}}{\text{५क्ष}-\text{४}}$$

$$\frac{\text{५}}{\text{३६}}=\frac{\text{क्ष}-\text{३}}{\text{५क्ष}-\text{४}}\therefore\text{२५क्ष}-\text{२०}=\text{३६क्ष}-\text{१०८}$$

$$\therefore\text{११क्ष}=\text{८८}\therefore\text{क्ष}=\frac{\text{८८}}{\text{११}}=\text{८}$$

(२५) $$\frac{\text{२०क्ष}+\text{३६}}{\text{२५}}+\frac{\text{५क्ष}+\text{२०}}{\text{९क्ष}-\text{१६}}=\frac{\text{४क्ष}}{\text{५}}+\frac{\text{४८}}{\text{२५}}$$

$$\frac{\text{४क्ष}}{\text{५}}+\frac{\text{३६}}{\text{२५}}+\frac{\text{५}(\text{क्ष}+\text{४})}{\text{९क्ष}-\text{१६}}=\frac{\text{४क्ष}}{\text{५}}+\frac{\text{४८}}{\text{२५}}$$

$$\therefore\frac{\text{५}(\text{क्ष}+\text{४})}{\text{९क्ष}-\text{१६}}=\frac{\text{१२}}{\text{२५}}\therefore\text{१२५क्ष}+\text{५००}=\text{१०८क्ष}-\text{१९२}$$

$$\therefore\text{१७क्ष}=-\text{६९२}\therefore\text{क्ष}=-\text{४०}\frac{\text{१२}}{\text{१७}}$$

(२६) $\frac{१८\text{क्ष}-१५}{२८} + \frac{११\text{क्ष}+२१}{६\text{क्ष}+१४} = \frac{९\text{क्ष}+१५}{१४}$

$\frac{१८\text{क्ष}-१५}{१४} + \frac{११\text{क्ष}+२१}{३\text{क्ष}+७} = \frac{९\text{क्ष}+१५}{७}$

$\frac{९\text{क्ष}}{७} - \frac{१५}{१४} + \frac{११\text{क्ष}+२१}{३\text{क्ष}+७} = \frac{९\text{क्ष}}{७} + \frac{१५}{७}$

$\therefore \frac{११\text{क्ष}+२१}{३\text{क्ष}+७} = \frac{४९}{१४} = \frac{७}{२} \therefore \frac{११\text{क्ष}+२१}{३\text{क्ष}+७} = \frac{७}{२}$

$२२\text{क्ष}+४२ = २१\text{क्ष}+४९ \therefore \text{क्ष} = ७$

(२७) $\frac{२\text{क्ष}+८\frac{१}{२}}{९} - \frac{१३\text{क्ष}-२}{१७\text{क्ष}-३२} + \frac{\text{क्ष}}{३} = \frac{७\text{क्ष}}{१२} - \frac{\text{क्ष}+१६}{३६}$

$\frac{८\text{क्ष}+३४}{३६} + \frac{१२\text{क्ष}}{३६} - \frac{२१\text{क्ष}}{३६} + \frac{\text{क्ष}+१६}{३६} = \frac{१३\text{क्ष}-२}{१७\text{क्ष}-३२}$

$\frac{५०}{३६} = \frac{१३\text{क्ष}-२}{१७\text{क्ष}-३२} \therefore \frac{२५}{१८} = \frac{१३\text{क्ष}-२}{१७\text{क्ष}-३२}$

$२५(१७\text{क्ष}-३२) = १८(१३\text{क्ष}-२)$

$४२५\text{क्ष}-८०० = २३४\text{क्ष}-३६$

$\therefore १९१\text{क्ष} = ७६४ \therefore \text{क्ष} = \frac{७६४}{१९१} = ४$

(२८) $२१ + \frac{३\text{क्ष} - ११}{१६} = \frac{५\text{क्ष} - ५}{८} + \frac{९७ - ७\text{क्ष}}{२}$

$$\frac{३३६ + ३\text{क्ष} - ११}{१६} = \frac{५\text{क्ष} - ५ + ३८८ - २८\text{क्ष}}{८}$$

$$\frac{३२५ + ३\text{क्ष}}{२} = \frac{-२३\text{क्ष} + ३८३}{१} \therefore ३२५ + ३\text{क्ष} = -४६\text{क्ष} + ७६६$$

$$\therefore ४९\text{क्ष} = ७६६ - ३२५ = ४४१ \therefore \text{क्ष} = \frac{४४१}{४९} = ९$$

(२९) $\frac{२१ - ३\text{क्ष}}{३} - \frac{४\text{क्ष} + ६}{९} = ६ - \frac{५\text{क्ष} + १}{४}$

$$\frac{६३ - ९\text{क्ष}}{९} - \frac{४\text{क्ष} + ६}{९} = \frac{२४}{४} - \frac{५\text{क्ष} + १}{४}$$

$$\frac{६३ - ९\text{क्ष} - ४\text{क्ष} - ६}{९} = \frac{२४ - ५\text{क्ष} - १}{४}$$

$$\frac{५७ - १३\text{क्ष}}{९} = \frac{२३ - ५\text{क्ष}}{४} \therefore २२८ - ५२\text{क्ष} = २०७ - ४५\text{क्ष}$$

$$-७\text{क्ष} = २०७ - २२८ = -२१ \therefore \text{क्ष} = \frac{-२१}{-७} = ३$$

(३०) $\frac{४\text{क्ष} - २१}{९} + ३\frac{३}{४} + \frac{५७ - ३\text{क्ष}}{४} = २४१ - \frac{५\text{क्ष} - ९६}{१२} - ११\text{क्ष}$

$$\frac{४\text{क्ष}}{९} - \frac{७}{३} + ३\frac{३}{४} + १४\frac{१}{४} - \frac{३\text{क्ष}}{४} = २४१ - \frac{५\text{क्ष}}{१२} + ८ - ११\text{क्ष}$$

$$\frac{४\text{क्ष}}{९} - \frac{३\text{क्ष}}{४} + \frac{५\text{क्ष}}{१२} + ११\text{क्ष} = २४१ + ८ + \frac{७}{३} - ३\frac{३}{४} - १४\frac{१}{४}$$

$$\frac{\text{१६क्ष}}{\text{३६}} - \frac{\text{२०क्ष}}{\text{३६}} + \frac{\text{१५क्ष}}{\text{३६}} + \text{११क्ष} = \text{२४६} + \frac{\text{७}}{\text{३}} - \text{१८}$$

$$\frac{\text{४क्ष}}{\text{३६}} + \text{११क्ष} = \text{२३१}\frac{\text{७}}{\text{३}} \therefore \frac{\text{क्ष}}{\text{९}} + \text{११क्ष} = \frac{\text{७००}}{\text{३}}$$

$$\text{११}\frac{\text{१}}{\text{९}}\text{क्ष} = \frac{\text{७००}}{\text{३}} \therefore \frac{\text{१००क्ष}}{\text{९}} = \frac{\text{७००}}{\text{३}} \therefore \text{क्ष} = \frac{\text{७००}}{\text{३}} \times \frac{\text{९}}{\text{१००}} = \text{२१}$$

(३१) $$\frac{\text{क्ष}}{\text{२}} - \frac{\frac{\text{२क्ष}-\text{३}}{\text{३}} - \frac{\text{३क्ष}-\text{१}}{\text{४}}}{\frac{\text{क्ष}-\text{१}}{\text{२}}} = \frac{\text{३}}{\text{२}}\left(\frac{\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{२}}{\text{३क्ष}-\text{२}}\right)$$

$$\frac{\text{क्ष}}{\text{२}} - \frac{\text{२}}{\text{३}}\frac{(\text{२क्ष}-\text{३})}{(\text{क्ष}-\text{१})} + \frac{\text{२}}{\text{४}}\frac{(\text{३क्ष}-\text{१})}{(\text{क्ष}-\text{१})} = \frac{\text{३}}{\text{२}}\frac{(\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{२})}{(\text{३क्ष}-\text{२})}$$

$$\frac{\text{क्ष}}{\text{२}} + \frac{\text{१}}{\text{क्ष}-\text{१}}\left(\frac{\text{३क्ष}}{\text{२}} - \frac{\text{१}}{\text{२}} - \frac{\text{२क्ष}}{\text{३}} + \text{२}\right) = \frac{\text{३}}{\text{२}}\frac{(\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{२})}{\text{३क्ष}-\text{२}}$$

$$\frac{\text{क्ष}}{\text{२}} + \frac{\text{१}}{\text{क्ष}-\text{१}}\left(\frac{\text{५क्ष}}{\text{६}} + \text{१}\frac{\text{१}}{\text{२}}\right) = \frac{\text{३}}{\text{२}}\frac{(\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{२})}{\text{३क्ष}-\text{२}}$$

$$\text{क्ष} + \frac{\text{१}}{\text{क्ष}-\text{१}}\left(\frac{\text{५क्ष}+\text{९}}{\text{३}}\right) = \text{३}\frac{(\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{२})}{\text{३क्ष}-\text{२}}$$

$$\frac{\text{क्ष}^{\text{२}} - \text{क्ष} + \frac{\text{५क्ष}}{\text{३}} + \text{३}}{\text{क्ष}-\text{१}} = \frac{\text{३}(\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{२})}{\text{३क्ष}-\text{२}} \therefore \frac{\text{क्ष}^{\text{२}} + \frac{\text{२क्ष}}{\text{३}} + \text{३}}{\text{क्ष}-\text{१}} = \frac{\text{३}(\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{२})}{\text{३क्ष}-\text{२}}$$

$$\text{३क्ष}^{\text{३}} + \text{२क्ष}^{\text{२}} + \text{९क्ष} - \text{२क्ष}^{\text{२}} - \frac{\text{४क्ष}}{\text{३}} - \text{६} = \text{३क्ष}^{\text{३}} + \text{६क्ष} - \text{३क्ष}^{\text{२}} - \text{६}$$



$$\therefore ९\text{क्ष} - \frac{४\text{क्ष}}{३} = ६\text{क्ष} - ३\text{क्ष}^२ \therefore ३\text{क्ष}^२ = ६\text{क्ष} - ९\text{क्ष} + \frac{४\text{क्ष}}{३}$$

$$३\text{क्ष}^२ = -३\text{क्ष} + \frac{४\text{क्ष}}{३} \therefore \text{क्ष} = \frac{-३ + \frac{४}{३}}{३} = -१ + \frac{४}{९} = -\frac{५}{९}$$

(१२) $$\frac{१५\text{क्ष}+८}{३\text{क्ष}+१} + \frac{२०\text{क्ष}-१२}{५\text{क्ष}-२} = \frac{१०७-६\text{क्ष}}{१३-\text{क्ष}}$$

$$\frac{१५\text{क्ष}+५+३}{३\text{क्ष}+१} + \frac{२०\text{क्ष}-८-४}{५\text{क्ष}-२} = \frac{११७-९\text{क्ष}-१०+३\text{क्ष}}{१३-\text{क्ष}}$$

$$\frac{५(३\text{क्ष}+१)+३}{३\text{क्ष}+१} + \frac{४(५\text{क्ष}-२)-४}{५\text{क्ष}-२} = \frac{९(१३-\text{क्ष})-१०+३\text{क्ष}}{१३-\text{क्ष}}$$

$$५ + \frac{३}{३\text{क्ष}+१} + ४ - \frac{४}{५\text{क्ष}-२} = ९ + \frac{३\text{क्ष}-१०}{१३-\text{क्ष}}$$

$$\therefore \frac{३}{३\text{क्ष}+१} - \frac{४}{५\text{क्ष}-२} = \frac{३\text{क्ष}-१०}{१३-\text{क्ष}}$$

$$\frac{३(५\text{क्ष}-२)-४(३\text{क्ष}+१)}{(३\text{क्ष}+१)(५\text{क्ष}-२)} = \frac{३\text{क्ष}-१०}{१३-\text{क्ष}}$$

$$\frac{१५\text{क्ष}-६-१२\text{क्ष}-४}{१५\text{क्ष}^२-\text{क्ष}-२} = \frac{३\text{क्ष}-१०}{१३-\text{क्ष}} \therefore \frac{१५\text{क्ष}^२-\text{क्ष}-२}{१३-\text{क्ष}} = \frac{३\text{क्ष}-१०}{३\text{क्ष}-१०}$$

$$\therefore \frac{१५\text{क्ष}^२-\text{क्ष}-२}{१३-\text{क्ष}} = १ \therefore १५\text{क्ष}^२-\text{क्ष}-२ = १३-\text{क्ष} \therefore १५\text{क्ष}^२-२ = १३$$

$$\therefore १५\text{क्ष}^२ = १५ \therefore \text{क्ष}^२ = १ \therefore \text{क्ष} = \pm १$$

(३३) $\text{४क्ष}+\text{५} : \text{३क्ष}+\text{७} :: \text{१७} : \text{१६}$

$\text{६४क्ष}+\text{८०}=\text{५१क्ष}+\text{११९} \therefore \text{१३क्ष}=\text{३९} \therefore \text{क्ष}=\frac{\text{३९}}{\text{१३}}=\text{३}$

(३४) $\frac{\text{१०}+\text{क्ष}}{\text{५}} : \frac{\text{४क्ष}-\text{९}}{\text{७}} :: \text{१४} : \text{५}$

$\therefore \text{१०}+\text{क्ष}=\text{८क्ष}-\text{१८} \therefore \text{७क्ष}=\text{२८} \therefore \text{क्ष}=\text{४}$

(३५) $\frac{\text{१७}-\text{४क्ष}}{\text{४}} : \frac{\text{१५}+\text{२क्ष}}{\text{३}}-\text{२क्ष} :: \text{५} : \text{४}$

$\text{१७}-\text{४क्ष}=\frac{\text{७५}+\text{१०क्ष}}{\text{३}}-\text{१०क्ष} \therefore \text{१७}+\text{६क्ष}=\frac{\text{७५}+\text{१०क्ष}}{\text{३}}$

$\therefore \text{५१}+\text{१८क्ष}=\text{७५}+\text{१०क्ष} \therefore \text{८क्ष}=\text{२४} \therefore \text{क्ष}=\text{३}$

(३६) $\text{१६क्ष}+\text{५} : \frac{\text{४क्ष}+\text{१४}}{\text{९क्ष}+\text{३१}} :: \text{३६क्ष}+\text{१०} : \text{१}$

$\therefore \text{१६क्ष}+\text{५}=\frac{\text{४क्ष}+\text{१४}}{\text{९क्ष}+\text{३१}}\times(\text{३६क्ष}+\text{१०})$

$\text{१४४क्ष}^{\text{२}}+\text{४५क्ष}+\text{४९६क्ष}+\text{१५५}=\text{१४४क्ष}^{\text{२}}+\text{४०क्ष}+\text{५०४क्ष}+\text{१४०}$

$\text{४५क्ष}+\text{४९६क्ष}+\text{१५५}=\text{४०क्ष}+\text{५०४क्ष}+\text{१४०}$

$\text{५४१क्ष}+\text{१५५}=\text{५४४क्ष}+\text{१४०} \therefore \text{३क्ष}=\text{१५} \therefore \text{क्ष}=\text{५}$

(३७) $\frac{\text{४क्ष}+\text{३}}{\text{६क्ष}-\text{४३}} : \text{१} :: \text{२क्ष}+\text{१९} : \text{३क्ष}-\text{१९}$

$$\therefore \frac{४क्ष+३}{६क्ष-४३} \times ३क्ष-१९ = २क्ष+१९ \therefore (४क्ष-३)(३क्ष-१९) = (२क्ष+१९)(६क्ष-४३)$$

$$१२क्ष^{२}-७६क्ष+९क्ष-५७ = १२क्ष^{२}-८६क्ष+११४क्ष-८१७$$

$$\therefore -७६क्ष+९क्ष-५७ = -८६क्ष+११४क्ष-८१७ \therefore -६७क्ष-५७ = २८क्ष-८१७$$

$$-६७क्ष-२८क्ष = -८१७+५७ \therefore -९५क्ष = -७६० \therefore क्ष = \frac{-७६०}{९५} = ८$$

(३८) $अ+क्ष : अ-क्ष : ब : क$

$$\therefore (अ+क्ष)+(अ-क्ष) : (अ+क्ष)-(अ-क्ष) :: ब+क : ब-क$$

$$\therefore २अ : २क्ष :: ब+क : ब-क :: क्ष : अ :: ब-क : ब+क$$

$$\therefore क्ष = \frac{अ(ब-क)}{ब+क}$$

(३९) $३क्ष^{२}+५क्ष-५ : ४क्ष^{२}-८क्ष+७ :: २१ : २८$

$$\therefore \frac{४क्ष^{२}-८क्ष+७}{३क्ष^{२}+५क्ष-५} = \frac{२८}{२१} = \frac{४}{३} \therefore १२क्ष^{२}-२४क्ष+२१ = १२क्ष^{२}+२०क्ष-२४$$

$$-२४क्ष+२१ = २०क्ष-२४ \therefore ४४क्ष = ४५ \therefore क्ष = १\frac{१}{४४}$$

(४०) $\frac{३}{२}क्ष^{२}+\frac{४}{३}क्ष-\frac{५}{६} : \frac{४}{५}क्ष^{२}-\frac{३}{७}क्ष+\frac{४}{९} :: १५ : ८$

$$३\text{क्ष}^२ + \frac{८\text{क्ष}}{३} - \frac{५}{३} : \frac{४}{५}\text{क्ष}^२ - \frac{३}{७}\text{क्ष} + \frac{४}{९} :: ३० : ८$$

$$९\text{क्ष}^२ + ८\text{क्ष} - ५ : \frac{४}{५}\text{क्ष}^२ - \frac{३}{७}\text{क्ष} + \frac{४}{९} :: ९० : ८$$

$$९\text{क्ष}^२ + ८\text{क्ष} - ५ : ४\text{क्ष}^२ - \frac{१५\text{क्ष}}{७} + \frac{२०}{९} :: ९० : ४० :: ९ : ४$$

$$९\text{क्ष}^२ + ८\text{क्ष} - ५ : २८\text{क्ष}^२ - १५\text{क्ष} + \frac{१४०}{९} :: ९ : २८$$

$$९\text{क्ष}^२ + ८\text{क्ष} - ५ : २५२\text{क्ष}^२ - १३५\text{क्ष} + १४० : १ : २८$$

$$२५२\text{क्ष}^२ + २२४\text{क्ष} - १४० = २५२\text{क्ष}^२ - १३५\text{क्ष} + १४०$$

$$\therefore २२४\text{क्ष} - १४० = -१३५\text{क्ष} + १४० \therefore ३५९\text{क्ष} = २८० \therefore \text{क्ष} = \frac{२८०}{३५९}$$

(४१) $\sqrt{\text{क्ष}} + \sqrt{\text{क्ष} - ९} = \dfrac{३६}{\sqrt{\text{क्ष} - ९}}$

$$\sqrt{\text{क्ष}}\sqrt{\text{क्ष} - ९} + \text{क्ष} - ९ = ३६ \therefore \sqrt{\text{क्ष}}\sqrt{\text{क्ष} - ९} = ४५ - \text{क्ष}$$

$$\therefore \text{क्ष}^२ - ९\text{क्ष} = २०२५ - ९०\text{क्ष} + \text{क्ष}^२ \therefore ८१\text{क्ष} = २०२५$$

$$\therefore \text{क्ष} = \frac{२०२५}{८१} = \frac{२२५}{९} = २५$$

(४२) $\sqrt{१ + \text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}^२ + १२}} = १ + \text{क्ष}$

$$१ + \text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}^२ + १२} = १ + २\text{क्ष} + \text{क्ष}^२$$

$$\therefore \text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}^२ + १२} = २\text{क्ष} + \text{क्ष}^२ \therefore \sqrt{\text{क्ष}^२ + १२} = २ + \text{क्ष}$$

$$\therefore \text{क्ष}^2+\text{१२}=\text{४}+\text{४क्ष}+\text{क्ष}^2 \therefore \text{४क्ष}=\text{८} \therefore \text{क्ष}=\text{२}$$

(४३) $$\frac{\text{अ}}{\sqrt{\text{अ}^2+\text{क्ष}^2}-\text{क्ष}}=\text{ब} \therefore \sqrt{\text{अ}^2+\text{क्ष}^2}-\text{क्ष}=\frac{\text{अ}}{\text{ब}}$$

$$\therefore \sqrt{\text{अ}^2+\text{क्ष}^2}=\frac{\text{अ}}{\text{ब}}+\text{क्ष} \therefore \text{अ}^2+\text{क्ष}^2=\frac{\text{अ}^2}{\text{ब}^2}+\frac{\text{२अ}}{\text{ब}}\cdot\text{क्ष}+\text{क्ष}^2$$

$$\text{अ}^2=\frac{\text{अ}^2}{\text{ब}^2}+\frac{\text{२अ}}{\text{ब}}\cdot\text{क्ष} \therefore \text{अ}^2\text{ब}^2=\text{अ}^2+\text{२अबक्ष}$$

$$\text{क्ष}=\frac{\text{अ}^2\text{ब}^2-\text{अ}^2}{\text{२अब}}=\frac{\text{अ}^2(\text{ब}^2-\text{१})}{\text{२अब}}=\frac{\text{अ}(\text{ब}^2-\text{१})}{\text{२ब}}$$

(४४) $$\frac{\sqrt{\text{अ}}-\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}}{\sqrt{\text{अ}}+\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}}=\text{अ}$$

$$\therefore \sqrt{\text{अ}}-\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}=\text{अ}\sqrt{\text{अ}}+\text{अ}\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}$$ छेदसोडून

$$-\text{अ}\sqrt{\text{अ}}+\sqrt{\text{अ}}=\text{अ}\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}+\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}=\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}\,(\text{अ}+\text{१})$$

$$\therefore \sqrt{\text{अ}}\,(\text{१}-\text{अ})=\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}\,(\text{१}+\text{अ}) \therefore \frac{\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}}{\sqrt{\text{अ}}}=\frac{\text{१}-\text{अ}}{\text{१}+\text{अ}}$$

$$\frac{\text{अ}-\text{क्ष}}{\text{अ}}=\frac{(\text{१}-\text{अ})^2}{(\text{१}+\text{अ})^2} \therefore \text{१}-\frac{\text{क्ष}}{\text{अ}}=\frac{(\text{१}-\text{अ})^2}{(\text{१}+\text{अ})^2} \therefore \frac{\text{क्ष}}{\text{अ}}=\text{१}-\frac{(\text{१}-\text{अ})^2}{(\text{१}+\text{अ})^2}$$

$$\frac{\text{क्ष}}{\text{अ}}=\frac{(\text{१}+\text{अ})^2-(\text{१}-\text{अ})^2}{(\text{१}+\text{अ})^2} \therefore \text{क्ष}=\frac{\text{४अ}^2}{(\text{१}+\text{अ})^2}$$

(४५) $\dfrac{\text{अ}+\text{क्ष}+\sqrt{\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२}}}{\text{अ}+\text{क्ष}-\sqrt{\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२}}}=\text{ब}$

$\text{अ}+\text{क्ष}+\sqrt{\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२}}=\text{ब}(\text{अ}+\text{क्ष})-\text{ब}\sqrt{\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२}}$

$\therefore \sqrt{\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२}}\,(१+\text{ब})=(\text{अ}+\text{क्ष})(\text{ब}-१)$

$\therefore (\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२})(१+\text{ब})^{२}=(\text{अ}+\text{क्ष})^{२}(\text{ब}-१)^{२}$

$(\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२})(१+\text{ब})^{२}=\text{अ}^{२}(\text{ब}-१)^{२}+(\text{ब}-१)^{२}(\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२})$

$(\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२})\left((\text{ब}+१)^{२}-(\text{ब}-१)^{२}\right)=\text{अ}^{२}(\text{ब}-१)^{२}$

$(\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२})\times \text{४ब}=\text{अ}^{२}(\text{ब}-१)^{२} \;\therefore\; \text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२}=\dfrac{\text{अ}^{२}(\text{ब}-१)^{२}}{\text{४ब}}$

अ² दोहोकडे मिळवून $\text{अ}^{२}+\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^{२}=\text{अ}^{२}+\dfrac{\text{अ}^{२}(\text{ब}-१)^{२}}{\text{४ब}}$

वर्गमूळ काढून $\text{अ}+\text{क्ष}=\sqrt{\text{अ}^{२}+\dfrac{\text{अ}^{२}(\text{ब}-१)^{२}}{\text{४ब}}}=\text{अ}\sqrt{१+\dfrac{(\text{ब}-१)^{२}}{\text{४ब}}}$

स्थ० $\text{क्ष}=\text{अ}\sqrt{१+\dfrac{(\text{ब}-१)^{२}}{\text{४ब}}}-\text{अ}=\text{अ}\sqrt{\dfrac{\text{४ब}+(\text{ब}-१)^{२}}{\text{४ब}}}-\text{अ}$



वर्गसमीकरणें.

वर्गसमीकरण एकाकी किंवा संयुक्त असतें.

एकाकी वर्गसमीकरण तेंच होय कीं ज्यांत अव्यक्त पदाचा वर्ग मात्र येतो; जसें—

$\text{क्ष}^2=४$; $३\text{क्ष}^2=४८$; $\frac{४\text{क्ष}^2}{५}=८०$; $३\text{क्ष}^2=\frac{१६}{५}$; $\text{अक्ष}^2=\text{ब}$

या जातीचें वर्गसमीकरण सोडविण्याची रीति.

एकवर्णसमीकरणांत जशी अव्यक्त पदाची किंमत म्हणजे क्षची किंमत शोधून काढतों तशी येथेंही क्ष^2 याची किंमत पहिल्यानें शोधून काढावी. नंतर दोहों बाजूंनें वर्गमूळ काढावें म्हणजे अव्यक्त पदाची किंमत निघेल.

उदाहरणें.

(१) $३\text{क्ष}^2+४\text{क्ष}^2=२८$

$७\text{क्ष}^2=२८$

$\text{क्ष}^2=४$

$\text{क्ष}=\pm २$*

(२) $\frac{\text{क्ष}^2}{४}-\frac{२\text{क्ष}^2}{९}=१$

$\frac{\text{क्ष}^2}{३६}=१ \therefore \text{क्ष}^2=३६$

वर्गमूळ काढून $\text{क्ष}=\pm ६$

---

* कोणत्याही धन संख्येचें वर्गमूळ धन किंवा ऋण असतें; कारण धना धनाचा किंवा ऋणा ऋणाचा गुणाकार सर्वदां धन होतो म्हणून वर्गमूळ धन किंवा ऋण आहे हें बराबर समजत नाहीं याजकरितां वर्गमुळापुढें ± हें चिन्ह लिहितात.

वर्गसमीकरणें.

(३) $\frac{३क्ष^२+४}{५} + \frac{५क्ष^२+७}{९} = ६$

$२७क्ष^२+३६+२५क्ष^२+३५ = २७०$

$५२क्ष^२+७१ = २७०$

$५२क्ष^२ = १९९$

$क्ष^२ = \frac{१९९}{५२}$ ∴ वर्गमूळ काढून $क्ष = \pm\sqrt{\frac{१९९}{५२}}$

(४) $\frac{बक्ष^२}{अ} + \frac{अक्ष^२}{ब} = क$

$क्ष^२\left(\frac{ब}{अ} + \frac{अ}{ब}\right) = क$ ∴ $क्ष^२ = \frac{क}{\frac{ब}{अ}+\frac{अ}{ब}}$

वर्गमूळ काढून $क्ष = \pm\sqrt{\frac{अबक}{अ^२+ब^२}}$

संयुक्तवर्गसमीकरणें फार करून खालीं लिहिलेले तीन रूपांत असतात, जर नसल्यास त्यापैकीं एकादें रूप देतां येतें.

पहिल्या रूपांतील समीकरणांत वर्ग पदाचा गुणक एक असून दुसऱ्या पदाचा गुणक पूर्ण सम संख्या असते म्हणजे त्याला दोहोंनीं भागिलें तर भाग बरोबर तुटतो.

वर्गसमीकरणें

उदाहरणें.

(१) $१क्ष^{२}+२क्ष=८$

(२) $१क्ष^{२}+६क्ष=१५$

(३) $१क्ष^{२}+१०क्ष=२४$

(४) $१क्ष^{२}+२अक्ष=२४अ^{२}$

(५) $१क्ष^{२}+२०क्ष=९६$

(६) $१क्ष^{२}-६क्ष=५५$

(७) $१क्ष^{२}-१२क्ष=६४$

(८) $१क्ष^{२}-४अबक्ष=५अ^{२}ब^{२}$

या सर्व समीकरणांत प्रथम पद म्हणजे वर्ग पद याचा गुणक १ असून दुसरे पदाचा गुणक असा एक आहे कीं ज्याला दोहोंनीं भागिलें तर भाग बरोबर तुटतो.

दुसरे रूपांतील समीकरणांत वर्ग पदाचा गुणक एक असून दुसऱ्या पदाचा पूर्ण विषम संख्या असते म्हणजे तिला दोहोंनीं भागिलें तर भाग बरोबर तुटत नाहीं.

वर्गसमीकरणें.

उदाहरणें.

(१) क्ष^{2}+३क्ष=४
(२) क्ष^{2}+५क्ष=३६
(३) क्ष^{2}-७क्ष=३०
(४) क्ष^{2}-५अक=४अ^{2}

या सर्व समीकरणांत प्रथमपदाला गुणक १ आहे. आणि दुसऱ्या पदाला गुणक असा आहे कीं त्याला दोहोंनीं भागिलें तर भाग बरोबर तुटत नाहीं.

तिसऱ्या रूपांतील समीकरणांत दुसऱ्या पदाचा गुणक कांहीं पूर्ण संख्या असते. परंतु पहिल्याचा मात्र १ शिवाय करून दुसरी पूर्ण संख्या असते. जसें-

(१) ३क्ष^{2}+४क्ष=३९
(२) २क्ष^{2}+५क्ष=७५
(३) ५क्ष^{2}+८क्ष=-३
(४) २क्ष^{2}+४क्ष=४४
(५) अक्ष^{2}+बक्ष=क
(६) १२क्ष^{2}-१क्ष=१२

यासर्व समीकरणांत पहिल्या पदाचा गुणक शिवाय करून कांहीं पूर्ण संख्या आहे आणि दुसरे किती एकामध्यें सम पूर्णसंख्या आहे व किती एकामध्यें विषम पूर्ण संख्या आहे व किती एकांत १ आहे.



वर्गसमीकरणें.

(७) $६क्ष^२-८क्ष=-२$

(८) $अक्ष^२-कक्ष=ब$

(९) $५क्ष^२-क्ष=३१५$

या तीन रूपां खेरीज दुसरे रूपांत समीकरणें असल्यास या रूपां पैकीं एकादें रूप देतां येतें. जसें —

(१) $\frac{क्ष^२}{४}+३क्ष=७$

$\therefore$ छेद मोडवून $क्ष^२+१२क्ष=२८$; हें पहिल्या रूपांत आलें.

(२) $\frac{क्ष^२}{५}-३क्ष=-१०$

$\therefore क्ष^२-१५क्ष=-५०$ हें दुसरे रूपांत आलें.

(३) $\frac{क्ष^२}{४}-\frac{३क्ष}{४}=१$

$\therefore क्ष^२-३क्ष=४$; हेंही दुसरे रूपांत आलें.

(४) $\frac{३क्ष^२}{४}-\frac{५क्ष}{२}=-२$ $\therefore ६क्ष^२-२०क्ष=-१६$; हें तिसऱ्या रूपांत आलें.

(५) $\frac{क्ष^२}{अ}+\frac{बक्ष}{क}=स$ $\therefore कक्ष^२+अबक्ष=अकस$; हेंही तिसऱ्या रूपांत आलें.

वर्गसमीकरणें.

(६) $क्ष^{२}+\frac{४क्ष}{५}=२९ \therefore ५क्ष^{२}+४क्ष=१४५$; हें तिसऱ्या रूपांत आलें

(७) $क्ष^{२}+५क्ष=\frac{११}{४} \therefore ४क्ष^{२}+२०क्ष=११$; हें तिसऱ्या रूपांत आलें.

आतां त्या तीन रूपांतील समीकरणें सोडविण्याकरितां सारण्या लिहितो

पहिल्या रूपांतील समीकरणें सोडविण्याकरितां सारणी.

$$*\; दु=\pm\sqrt{ति+\left(\frac{दु\cdot गु}{२}\right)^{२}}-\left(\frac{दु\cdot गु}{२}\right)$$

उदाहरणें.

(१) $क्ष^{२}+४क्ष=९६$ एथें $दु=क्ष$, $दु\,गु=४$, आणि $ति=९६$

---

* दु. म्हणजे दुसरें पद ति. म्हणजे तिसरें पद; प. म्हणजे पहिलें पद. या-च रीतिनें दु. गु. दुसऱ्या पदाचा गुणक; प. गु. पहिल्या पदाचा गुणक, जसें $४क्ष^{२}+५क्ष=९$ यांत ४ यास प. गु; ५ यास दु. गु; $क्ष^{२}$ यास प, क्ष यास दु. ९ यास ति. आणि $अक्ष^{४}-बक्ष^{२}=क$ यांत $क्ष^{४}=प$, $क्ष^{२}=दु$. $क=ति$; $अ=प\,गु$; $-ब=दु\,गु$. तसेंच $४अक्ष^{२म}+३बक्ष^{म}=र$, यांत $क्ष^{२म}=प$. $क्ष^{म}=दु$, $र=ति$. आणि $४अ=प\,गु$ $-३ब=दु\,गु$, म्हणून $प=दु^{२}$.

$\therefore$ क्ष $= \pm\sqrt{९६+(\frac{४}{२})^2} \pm (\frac{४}{२}) = \pm\sqrt{९६+४} - २$

$\therefore$ क्ष $= \pm १० - २ = ८$ अथवा उणे -१२ ※

(२) $क्ष^2 + ६क्ष = १६$; एथें दु = क्ष, दुगु = ६ आणि ती = १६

$\therefore$ क्ष $= \pm\sqrt{१६+(\frac{६}{२})^2} - \frac{६}{२} = \pm\sqrt{१६+९} - ३$

$\therefore$ क्ष $= \pm ५ - ३ = २$ अथवा -८

(३) $क्ष^2 - ८क्ष = २०$, एथें दु = क्ष, दुगु = -८, आणि ति = २०

$\therefore$ क्ष $= \pm\sqrt{२०+(\frac{-८}{२})^2} - (\frac{-८}{२}) = \pm\sqrt{२०+१६} + ४$

$\therefore$ क्ष $= \pm ६ + ४ = १०$ अथवा -२

(४) $क्ष^2 - २क्ष = ८$, एथें दु = क्ष, दुगु = -२, आणि ति = ८

$\therefore$ क्ष $= \pm\sqrt{८+(\frac{-२}{२})^2} - (\frac{-२}{२}) = \pm\sqrt{८+१} + १ = \pm\sqrt{९} + १$

$\therefore$ क्ष $= \pm ३ + १ = ४$ अथवा -२

※ पहिल्या व दुसऱ्या रूपांतील समीकरणांत दोन्ही उत्तरांचा गुणाकार करून त्याचें चिन्ह बदललें असतां तिसरें पद होतें. आणि दोन उत्तरांची बेरीज घेऊन चिन्ह बदललें असतां दुसऱ्या पदाचा गुणक होतो.

वर्गसमीकरणें.

(५) $\text{क्ष}^2 - १२\text{क्ष} = -२०$, एथें $\text{दु} = \text{क्ष}$, $\text{दुगु} = -१२$ आणि $\text{ति} = २०$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{-२० + \left(\frac{-१२}{२}\right)^2} - \left(\frac{-१२}{२}\right) = \pm\sqrt{-२० + ३६} + ६$

$\therefore \text{क्ष} = \pm ४ + ६ = १०$ अथवा $+२$.

(६) $\text{क्ष}^2 - २\text{अ}\text{क्ष} = ८\text{अ}^2$, एथें $\text{दु} = \text{क्ष}$, $\text{दुगु} = -२$ आणि $\text{ति} = ८\text{अ}^2$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{८\text{अ}^2 + \left(\frac{-२\text{अ}}{२}\right)^2} - \left(\frac{-२\text{अ}}{२}\right) = \pm\sqrt{८\text{अ}^2 + \text{अ}^2} + \text{अ}$

$= \pm ३\text{अ} + \text{अ} = ४\text{अ}$ अथवा -२अ

उदाहरणें.

(१) $\text{क्ष}^2 + ४\text{क्ष} = १२$

$\therefore \text{क्ष} = \sqrt{१२ + ४} - २$

$\therefore \text{क्ष} = \pm ४ - २ = २$ अथवा -६

(२) $\text{क्ष}^2 + ६\text{क्ष} = २७$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{२७ + ९} - ३$

$\therefore \text{क्ष} = \pm ६ - ३ = ३$ अथवा -९

(३) $\text{क्ष}^2 + १४\text{क्ष} = -२४$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{-२४ + ४९} - ७$

$\therefore \text{क्ष} = \pm ५ - ७ = -२$ अथवा -१२

(४) $\text{क्ष}^2 + ४\text{अ}\text{क्ष} = ५\text{अ}^2$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{५\text{अ}^2 + ४\text{अ}^2} - २\text{अ}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm ३\text{अ} - २\text{अ} = \text{अ}$ अथवा -५अ

वर्गसमीकरणें.

(५) $\text{क्ष}^{२} - १२\text{क्ष} = ६४$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{६४+३६} + ६$

$\therefore \text{क्ष} = \pm १० + ६ \; \therefore \text{क्ष} = १६ \text{ अथवा } -४$

(६) $\text{क्ष}^{२} - २४\text{क्ष} = २५$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{२५+१४४} + १२$

$\therefore \text{क्ष} = \pm १३ + १२ = २५ \text{ अथवा } -१$

(७) $\text{क्ष}^{२} - ३०\text{क्ष} = ३१$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{३१+२२५} + १५$

$\therefore \text{क्ष} = \pm १६ + १५ = ३१ \text{ अथवा } -१$

(८) $\text{क्ष}^{२} - ४\text{क्ष} = -४$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{-४+४} + २$

$\therefore \text{क्ष} = \pm ० + २ = २$

(९) $\text{क्ष}^{२} - ६\text{क्ष} = -९$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{-९+९} + ३$

$\therefore \text{क्ष} = \pm ० + ३ = ३$

(१०) $\text{क्ष}^{२} - ४\text{ब}^{२}\text{क्ष} = ३२\text{ब}^{४}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{३२\text{ब}^{४} + ४\text{ब}^{४}} + २\text{ब}^{२}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm ६\text{ब}^{२} + २\text{ब}^{२} = ८\text{ब}^{२} \text{ अथवा } -४\text{ब}^{२}$

(११) $\text{क्ष}^{२} - ६\sqrt{\text{बक}}\,\text{क्ष} = १६\text{बक}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{१६\text{बक} + ९\text{बक}} + ३\sqrt{\text{बक}}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm ५\sqrt{\text{बक}} + ३\sqrt{\text{बक}}$

$\therefore \text{क्ष} = ८\sqrt{\text{बक}} \text{ अथवा } -२\sqrt{\text{बक}}$

(१२) $\text{क्ष}^{२} + ४\text{क्ष} = ९६$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{९६+४} - २ = \pm १० - २$

$\therefore \text{क्ष} = ८ \text{ अथवा } -१२$

वर्गसमीकरणें.

$\therefore \text{क्ष} = \text{२ अथवा } \sqrt[3]{-\text{१२}}$

(१३) $\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{\text{२}}} + \frac{\text{४}}{\text{क्ष}} = \text{४५}$

$\therefore \frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{\text{२}}} + \text{४}\left(\frac{\text{१}}{\text{क्ष}}\right) = \text{४५}$

$\therefore \frac{\text{१}}{\text{क्ष}} = \pm\sqrt{\text{४५}+\text{४}} - \text{२}$

$\therefore \frac{\text{१}}{\text{क्ष}} = \pm\text{७} - \text{२} = \text{५ अथवा } -\text{९}$

(१४) $\text{४क्ष}^{\text{२}} + \text{१६क्ष} = \text{४८}$

$\therefore \text{क्ष}^{\text{२}} + \text{४क्ष} = \text{१२}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{\text{१२}+\text{४}} - \text{२}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\text{४} - \text{२} = \text{२ अथवा } -\text{६}$

(१५) $\text{५क्ष}^{\text{२}} - \text{१०क्ष} = \text{४०}$

$\therefore \text{क्ष}^{\text{२}} - \text{२क्ष} = \text{८}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{\text{८}+\text{१}} + \text{१}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\text{३} + \text{१} = \text{४ अथवा } -\text{२}$

(१६) $\text{३क्ष}^{\text{४}} + \text{१२क्ष}^{\text{२}} = \text{१५}$

$\therefore \text{क्ष}^{\text{४}} + \text{४क्ष}^{\text{२}} = \text{५}$

$\therefore \text{क्ष}^{\text{२}} = \pm\sqrt{\text{५}+\text{४}} - \text{२}$

$\therefore \text{क्ष}^{\text{२}} = \pm\text{३} - \text{२} = \text{१ अथवा } -\text{५}$

(१७) $\frac{\text{क्ष}^{\text{२}}}{\text{२}} + \text{क्ष} = \text{१२}$

$\therefore \text{क्ष}^{\text{२}} + \text{२क्ष} = \text{२४}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{\text{२४}+\text{१}} - \text{१}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\text{५} - \text{१} = \text{४ अथवा } -\text{६}$

(१८) $\frac{\text{क्ष}^{\text{२}}}{\text{४}} - \text{२क्ष} = \text{१२}$

$\therefore \text{क्ष}^{\text{२}} - \text{८क्ष} = \text{४८}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{\text{४८}+\text{१६}} + \text{४}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\text{८} + \text{४} = \text{१२ अथवा } -\text{४}$

(१९) $\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{\text{८}}} - \frac{\text{२४}}{\text{क्ष}^{\text{४}}} = -\text{२३}$

वर्गसमीकरणें.

$\therefore \frac{१}{क्ष^{८}} - २४\left(\frac{१}{क्ष^{४}}\right) = -२३$

$\therefore \frac{१}{क्ष^{४}} = \pm\sqrt{-२३+१४४} + १२$

$= \pm ११ + १२ = १ \text{ अथवा } २३$

$क्ष^{४} = १ \text{ अथवा } \frac{१}{२३} \therefore क्ष = १ \text{ अथवा } \sqrt[४]{\frac{१}{२३}}$

$\therefore क्ष^{२} - ४क्ष = ४ \text{ अथवा } ३६$

$\therefore क्ष = \pm\sqrt{३६+४} + २ = \pm\sqrt{४०} + २$

$\therefore क्ष = \pm २\sqrt{१०} + २ \text{ अथवा}$

$क्ष = \pm\sqrt{४+४} + २ = \pm २\sqrt{२} + २$

(२०) $क्ष^{२} - ४\sqrt{क्ष^{२} - ४क्ष} = ४क्ष + १२$

$क्ष^{२} - ४क्ष - ४\sqrt{क्ष^{२} - ४क्ष} = १२$

$\therefore (क्ष^{२} - ४क्ष)^{\frac{१}{२}} = \pm\sqrt{१२+४} + २$

$\therefore (क्ष^{२} - ४क्ष)^{\frac{१}{२}} = \pm ४ + २ = -२ \text{ अथवा } +६$

(२१) $\frac{९क्ष^{२}}{अ^{२}} + \frac{६क्ष}{अ} = ८$

$\therefore \left(\frac{३क्ष}{अ}\right)^{२} + २\cdot\frac{३क्ष}{अ} = ८$

$\therefore \frac{३अ}{अ} = \pm\sqrt{८+१} - १$

$\therefore \frac{३क्ष}{अ} = \pm ३ - १ = २ \text{ अथवा } -४$

$\therefore क्ष = \frac{२अ}{३} \text{ अथवा } -\frac{४अ}{३}$

(२२) $क्ष^{२} - २क्ष + ६\sqrt{३क्ष^{२} - ६क्ष + ७} = २७$

$\therefore ३क्ष^{२} - ६क्ष + १८\sqrt{३क्ष^{२} - ६क्ष + ७} = ८१$

$\therefore ३क्ष^{२} - ६क्ष + ७ + १८\sqrt{३क्ष^{२} - ६क्ष + ७} = ८८$

$\sqrt{३क्ष^{२} - ६क्ष + ७} = \pm\sqrt{८८+८१} - ९ = \pm १३ - ९ = ४ \text{ अथवा } -२२$

वर्गसमीकरणें.

$\therefore \text{३क्ष}^{२} - \text{६क्ष} + \text{७} = \text{१६ अथवा ४८४}$

$\therefore \text{३क्ष}^{२} - \text{६क्ष} = \text{९} \quad \therefore \text{क्ष}^{२} - \text{२क्ष} = \text{३}$

$\therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{\text{३}+\text{१}} + \text{१} = \pm\text{२} + \text{१} = \text{३ अथवा} -\text{१}$

दुसऱ्या रूपांतील वर्ग समीकरणें सोडविण्याकरितां सारणी.

$$\text{दु} = \tfrac{\text{१}}{\text{२}}\left(\pm\sqrt{\text{४ति} + (\text{दुगु})^{२}} - (\text{दुगु})\right)$$

उदाहरणें.

(१) $\text{क्ष}^{२} + \text{३क्ष} = \text{२८}$, एथें दु = क्ष, दुगु = ३, आणि ति = २८

$\therefore \text{क्ष} = \tfrac{\text{१}}{\text{२}}\left(\pm\sqrt{\text{४}\times\text{२८} + (\text{३})^{२}} - \text{३}\right) = \tfrac{\text{१}}{\text{२}}\left(\pm\sqrt{\text{११२}+\text{९}} - \text{३}\right)$

$\therefore \text{क्ष} = \tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\pm\text{११} - \text{३}) = \tfrac{\text{८}}{\text{२}} \text{ अथवा } -\tfrac{\text{१४}}{\text{२}} = \text{४ अथवा} -\text{७}$

(२) $\text{क्ष}^{२} + \text{७क्ष} = \text{८}$; एथें दु = क्ष, दुगु = ७, आणि ति = ८

$\therefore \text{क्ष} = \tfrac{\text{१}}{\text{२}}\left(\pm\sqrt{\text{३२} + (\text{७})^{२}} - \text{७}\right) = \pm\tfrac{\text{१}}{\text{२}}\left(\pm\sqrt{\text{३२}+\text{४९}} - \text{७}\right)$

$\therefore \text{क्ष} = \tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\pm\text{९} - \text{७}) = \tfrac{\text{२}}{\text{२}} \text{ अथवा } -\tfrac{\text{१६}}{\text{२}} = \text{१ अथवा} -\text{८}$

(३) $\text{क्ष}^{२} + \text{१७क्ष} = -\text{१६}$. एथें दु = क्ष, दुगु = १७, आणि ति = −१६

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{-६४+२८९}-१७\right) = \frac{१}{२}(\pm१५-१७)$

$\therefore \text{क्ष} = -१$ अथवा -१६

(४) $\text{क्ष}^२ - ५\text{क्ष} = ६$; एथें दु = क्ष, दुगु = -५ आणि ति = ६

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{४\times६+(-५)^२}+५\right) = \frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{+२४+२५}+५\right)$

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm७+५) = ६$ अथवा -१

(५) $\text{क्ष}^२ - ९\text{क्ष} = -२०$ एथें दु = क्ष, दुगु = -९, आणि ति = -२०

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{-८०+८१}+९\right) \therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm१+९)$

$\therefore \text{क्ष} = ५$ अथवा ४

(६) $\text{क्ष}^२ - ३\text{अक्ष} = ४\text{अ}^२$, एथें दु = क्ष, दुगु = -३अ आणि ति = $४\text{अ}^२$

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{१६\text{अ}^२+९\text{अ}^२}+३\text{अ}\right)$

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm५\text{अ}+३\text{अ})$

$\text{क्ष} = ४\text{अ}$ अथवा $-\text{अ}$

वर्गसमीकरणें.

(१) $\text{क्ष}^2 + ५\text{क्ष} = १४$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{५६+२५} - ५)$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm ९ - ५)$

$\text{क्ष} = २$ अथवा -७

(२) $\text{क्ष}^2 + ९\text{क्ष} = ५२$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{२०८+८१} - ९)$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm १७ - ९) = ४$, अ० -१३,

(३) $\text{क्ष}^2 + १९\text{क्ष} = २०$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{८०+३६१} - १९)$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm २१ - १९)$

$\therefore \text{क्ष} = १$, अथवा -२०

(४) $\text{क्ष}^2 - ३\text{क्ष} = ४$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{१६+९} + ३)$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm ५ + ३) = ४$, अथवा -१

(५) $\text{क्ष}^2 - १५\text{क्ष} = -१४$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{-५६+२२५} + १५)$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm १३ + १५) = १४$ अथवा १

(६) $\text{क्ष}^2 - \text{क्ष} = २०$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{८०+१} + १)$

$\text{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm ९ + १) = ५$ अथवा -४

(७) $\text{क्ष}^4 + ९\text{क्ष}^2 = -८$

$\text{क्ष}^2 = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{-३२+८१} - ९)$

$\text{क्ष}^2 = \frac{१}{२}(\pm ७ - ९) = -१$ अथवा -८

$\therefore \text{क्ष} = -१$ अथवा -२

(८) $\text{क्ष}^8 + ७\text{अ}\cdot\text{क्ष}^4 = ८\text{अ}^2$

$\text{क्ष}^4 = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{३२\text{अ}^2 + ४९\text{अ}^2} - ७\text{अ})$

$\therefore क्ष = \frac{1}{2}(\pm\sqrt{८१अ} - ७अ)$, $\quad क्ष = \pm ३$ अथवा $\sqrt{-१४}$

$\therefore क्ष^{४} = \frac{१}{२}(९अ - ७अ) = अ$, अथवा $-८अ$

$\therefore क्ष = \sqrt[४]{अ}$, अथवा $\sqrt[४]{-८अ}$

(९) $क्ष^{-४} + ५क्ष^{-२} = १२६$

$क्ष^{-२} = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{५०४+२५} - ५)$

$क्ष^{-२} = \frac{१}{२}(\pm २३ - ५) = ९$ अथवा -१४

(१०) $क्ष - ११\sqrt{क्ष} = -१८$

$\therefore \sqrt{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{-७२+१२१} + ११)$

$\therefore \sqrt{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm ७ + ११)$

$\therefore \sqrt{क्ष} = ९$ अथवा २

$\therefore क्ष = ८१$ अथवा ४

---

(११) $क्ष^{३} - ३क्ष\sqrt{क्ष} = ४$

$\therefore क्ष\sqrt{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{१६+९} + ३)$

$\therefore क्ष\sqrt{क्ष} = \frac{१}{२}(\pm ५ + ३) = ४$ अथवा -१

$\therefore क्ष = \sqrt[३]{१६}$ अथवा -१

(१२) $८क्ष^{२} - २४क्ष = ३२$

$\therefore क्ष^{२} - ३क्ष = ४$

$\therefore क्ष = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{१६+९} + ३)$

$\therefore क्ष = \frac{१}{२}(\pm ५ + ३) = -१$ अथवा ४

(१३) $अक्ष^{२} + ५अ^{२}क्ष = १४अ^{३}$

$क्ष^{२} + ५अक्ष = १४अ^{२}$

$\therefore क्ष = २अ$ अथवा $-७अ$

(१४) $\frac{४८अ^{२}}{क्ष^{२}} + \frac{१२अ}{क्ष} = ४०$

$\therefore \left(\frac{४अ}{क्ष}\right)^{२} + ३\cdot\left(\frac{४अ}{क्ष}\right) = ४०$

वर्गसमीकरणें

∴ $\frac{४\text{अ}}{\text{क्ष}} = ५$ अथवा -८

∴ $\text{क्ष} = \frac{४\text{अ}}{५}$ अथवा $-\frac{\text{अ}}{२}$

(१५) $\frac{९\text{क्ष}^2}{४\text{ब}^2} - \frac{१५\text{क्ष}}{२\text{ब}} = ६$

$\left(\frac{३\text{क्ष}}{२\text{ब}}\right)^2 - ५\times\left(\frac{३\text{क्ष}}{२\text{ब}}\right) = ६$

∴ $\frac{३\text{क्ष}}{२\text{ब}} = -१$ अथवा ६

$\text{क्ष} = \frac{-२\text{ब}}{३}$ अथवा -४ब

(१६) $\text{क्ष}^2+५\text{क्ष}-\sqrt{\text{क्ष}^2+५\text{क्ष}}=२०$

∴ $\sqrt{\text{क्ष}^2+५\text{क्ष}}=५$ अथवा -४

∴ $\text{क्ष}^2+५\text{क्ष}=२५$ अथवा १६

जेव्हां $\text{क्ष}^2+५\text{क्ष}=२५$

तेव्हां $\text{क्ष}=\frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{१२५}-५\right)$

आणि जेव्हां $\text{क्ष}^2+५\text{क्ष}=१६$

तेव्हां $\text{क्ष}=\frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{८१}-५\right)$

(१७) $\text{क्ष}^2+३\text{क्ष}=२-\frac{१}{\text{क्ष}^2}-\frac{३}{\text{क्ष}}$

$\text{क्ष}^2+\frac{१}{\text{क्ष}^2}+३\text{क्ष}+\frac{३}{\text{क्ष}}=२$

$\text{क्ष}^2+२+\frac{१}{\text{क्ष}^2}+३\left(\text{क्ष}+\frac{१}{\text{क्ष}}\right)=४$

∴ $\left(\text{क्ष}+\frac{१}{\text{क्ष}}\right)^2+३\left(\text{क्ष}+\frac{१}{\text{क्ष}}\right)=४$

∴ $\text{क्ष}+\frac{१}{\text{क्ष}}=१$ अथवा -४

∴ $\text{क्ष}^2+१=\text{क्ष}$ अथवा -४क्ष

∴ $\text{क्ष}^2-\text{क्ष}=-१$

अथवा $\text{क्ष}^2+४\text{क्ष}=-१$

∴ $\text{क्ष}=\frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{-४+१६}+२\right)$

$\text{क्ष}=\frac{१}{२}\left(\pm(१२)^{\frac{१}{२}}+२\right)$

वर्गसमीकरणें.

तिसऱ्या रूपांतील वर्ग समीकरणें सोडविण्याकरितां सारणी.

$$\text{दु} = \frac{१}{२\text{प.गु}}\left(\pm\sqrt{४\text{ति}\times\text{प.गु}+(\text{दु.गु})^{२}}-\text{दु.गु}\right)$$

(१) $३\text{क्ष}^{२}+६\text{क्ष}=२४$; एथें प.गु=३, दु.गु=६, आणि ति=२४

$$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२\times३}\left(\pm\sqrt{४\times२४\times३+(६)^{२}}-६\right)$$

$$= \frac{१}{६}\left(\pm\sqrt{२८८+३६}-६\right) = \frac{१}{६}\left(\pm१८-६\right) = २ \text{ अथवा } -४$$

(२) $५\text{क्ष}^{२}+३\text{क्ष}=५४$: एथें प.गु=५, दु.गु=३, आणि ति=५४

$$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२\times५}\left(\pm\sqrt{४\times५४\times५+३^{२}}-३\right)$$

$$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{१०}\left(\pm\sqrt{१०८०+९}-३\right) = \frac{१}{१०}\left(\pm३३-३\right)$$

$$\therefore \text{क्ष} = ३ \text{ अथवा } -३\tfrac{३}{५}$$

(३) $\text{अ}\text{क्ष}^{२}+\text{ब}\text{क्ष}=\text{क}$, एथें प.गु=अ, दु.गु=ब, आणि ति=क

$$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२\text{अ}}\left(\pm\sqrt{४\times\text{क}\times\text{अ}+\text{ब}^{२}}-\text{ब}\right)$$

$$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२\text{अ}}\left(\pm\sqrt{४\text{अक}+\text{ब}^{२}}-\text{ब}\right)$$

(४) $८\text{क्ष}^{२}+१५\text{क्ष}=-७$. एथें प.गु=८, दु.गु=१५ आणि ति=−७

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{१६}\left(\pm\sqrt{४\times-७\times८+(१५)^{२}}-१५\right)$

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{१६}\left(\pm\sqrt{-२२४+२२५}-१५\right)$

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{१६}\left(\pm१-१५\right) = -१ \text{ अथवा } -\frac{७}{८}$

(५) $३\text{क्ष}^{२} - \frac{४\text{क्ष}}{५} = ३\frac{४}{५}$

$१५\text{क्ष}^{२} - ४\text{क्ष} = १९$. एथें फगु $= १५$, दुगु $= -४$ आणि ति $= १९$

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{३०}\left(\pm\sqrt{४\times१९\times१५+(-४)^{२}}-(-४)\right)$

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{३०}\left(\pm\sqrt{११४०+१६}+४\right) = \frac{१}{३०}\left(\pm३४+४\right)$

$\text{क्ष} = -१ \text{ अथवा } \frac{१९}{१५}$

(६) $\text{क्ष}^{२} - \frac{५\text{क्ष}}{६} = ६\frac{१}{२}$

$६\text{क्ष}^{२} - ५\text{क्ष} = ३९$. एथें फगु $= ६$, दुगु $= -५$ आणि ति $= ३९$

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{१२}\left(\pm\sqrt{४\times३९\times६+(-५)^{२}}-(-५)\right)$

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{१२}\left(\pm\sqrt{९६१}+५\right)$

$\text{क्ष} = \frac{१}{१२}\left(\pm३१+५\right) = ३ \text{ अथवा } -\frac{१३}{६}$

वर्गसमीकरणें.

(१) $३\text{क्ष}^२+४\text{क्ष}=२०$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{६}\left(\pm\sqrt{२४०+१६}-४\right)$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{६}\left(\pm १६-४\right)=२$ अथवा $-\frac{१०}{३}$

(२) $५\text{क्ष}^२+६\text{क्ष}=६३$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{१०}\left(\pm\sqrt{१२६०+३६}-६\right)$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{१०}\left(\pm ३६-६\right)$

$\therefore \text{क्ष}=३$ अथवा $-४\frac{१}{५}$

(३) $४\text{क्ष}^२+७\text{क्ष}=९२$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{८}\left(\pm\sqrt{१४७२+४९}-७\right)$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{८}\left(\pm ३९-७\right)=४$

अथवा $-५\frac{३}{४}$

(४) $५\text{क्ष}^२-३\text{क्ष}=१४$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{१०}\left(\pm\sqrt{२८९}+३\right)$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{१०}\left(\pm १७+३\right)=२$

अथवा $-\frac{७}{५}$

(५) $९\text{क्ष}^२-८\text{क्ष}=-१$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{१८}\left(\pm\sqrt{१००}+८\right)$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{१८}\left(\pm १०+८\right)=१$ अथवा $-\frac{१}{९}$

(६) $११\text{क्ष}^२-२५\text{क्ष}=-१४$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{२२}\left(\pm\sqrt{-६१६+६२५}+२५\right)$

$\therefore \text{क्ष}=\frac{१}{२२}\left(\pm ३+२५\right)=१$ अ० $१\frac{३}{११}$

(७) $\text{म}\text{क्ष}^{२\text{न}}+\text{न}\text{क्ष}^{\text{न}}=\text{स}$

$\therefore \text{क्ष}^{\text{न}}=\frac{१}{२\text{म}}\left(\pm\sqrt{४\text{मस}+\text{न}^२}-\text{न}\right)$

$\text{क्ष}=\left(\frac{१}{२\text{म}}\left(\pm\sqrt{४\text{मस}+\text{न}^२}-\text{न}\right)\right)^{\frac{१}{\text{न}}}$

(८) $४(\text{क्ष}+२)^{\frac{२}{३}}+५(\text{क्ष}+२)^{\frac{१}{३}}=६$

$\therefore (\text{क्ष}+२)^{\frac{१}{३}}=\frac{१}{८}\left(\pm\sqrt{९६+२५}-५\right)$

वर्गसमीकरणें.

$\therefore (\text{क्ष}+२)^{\frac{३}{२}} = \frac{१}{८}(\pm १३ - ५)$

$= १ \text{ अथवा } -\frac{९}{४}$

$\therefore \text{क्ष}+२ = १ \text{ अथवा } \sqrt[४]{\frac{९}{४}}$

$\therefore \text{क्ष} = -२\text{अ अथवा } -२+(\frac{९}{४})^{\frac{२}{३}}$

$\therefore \text{क्ष}^२ - २ = १ \text{ अथवा } (\frac{५}{३})^{\frac{६}{५}}$

$\therefore \text{क्ष}^२ = ३ \text{ अथवा } = २+(\frac{५}{३})^{\frac{६}{५}}$

$\therefore \text{क्ष} = \sqrt{३} \text{ अथवा } \sqrt{२+(\frac{५}{३})^{\frac{६}{५}}}$

(९) $\frac{५\text{क्ष}^२}{\text{अ}^२} + \frac{३\text{क्ष}}{२\text{अ}} = ६\frac{१}{२}$

$\therefore \frac{१०\text{क्ष}^२}{\text{अ}^२} + \frac{६\text{क्ष}}{२\text{अ}} = \quad = १३$

$\therefore \frac{\text{क्ष}}{\text{अ}} = \frac{१}{२०}(\pm\sqrt{५२०+९} - ३)$

$\therefore \frac{\text{क्ष}}{\text{अ}} = \frac{१}{२०}(\pm २३ - ३)$

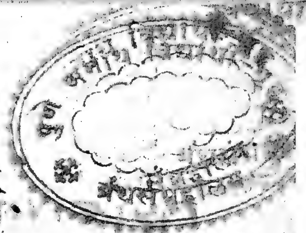
$\therefore \text{क्ष} = \text{अ अथवा } -\frac{१३\text{अ}}{१०}$

(१०) $\frac{३}{४}(\text{क्ष}^२-२)^{\frac{३}{२}} - \frac{५}{२}(\text{क्ष}^२-२)^{\frac{३}{४}} = -\frac{७}{८}$

$\therefore ६(\text{क्ष}^२-२)^{\frac{३}{२}} + १०(\text{क्ष}^२-२)^{\frac{३}{४}} = -७$

$\therefore (\text{क्ष}^२-२)^{\frac{३}{४}} = \frac{१}{१२}(\pm\sqrt{-८४+१००} + १०)$

$\therefore (\text{क्ष}^२-२)^{\frac{३}{४}} = \frac{१}{१२}(\pm ४ + १०)$



सोडविण्याकरितां वर्गसमीकरणें.

(१) $\frac{८}{\text{क्ष}} + ९ = \frac{१७}{\text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}}}$ …… उ० १ अथवा $\frac{४}{\text{अ}}$

(२) $\text{क्ष}\sqrt[३]{\text{क्ष}} + ७\sqrt[३]{\text{क्ष}^२} = ४४$ …… उ० $\text{क्ष} = \pm ८$ अथवा $(\pm\sqrt{-११})^३$

(३) $\sqrt{\text{क्ष}^५} - \frac{४०}{\sqrt{\text{क्ष}}} = ३\text{क्ष}$ …… उ० $\text{क्ष} = ४$ अथवा $\sqrt[३]{२५}$

(४) $\frac{\text{क्ष}^२}{(\text{क्ष}^२-४)^२} + \frac{६}{\text{क्ष}^२-४} = \frac{३५१}{२५\text{क्ष}^२}$ …… उ० $\text{क्ष} = \pm\sqrt{\frac{२१}{८}}$ अथवा $\pm\sqrt{\frac{-३७}{३}}$

(५) $\text{क्ष}+४-२\sqrt{\frac{\text{क्ष}+४}{\text{क्ष}-४}} = \frac{३}{\text{क्ष}-४}$ …… उ० $\text{क्ष} = \pm ५$ अथवा $\pm\sqrt{१७}$

(६) $\text{क्ष}^२+\sqrt{\text{क्ष}^२+५\text{क्ष}} = ४२-५\text{क्ष}$ …… उ० $\text{क्ष} = ४$ अथवा -९

(७) $\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}+६} = २+३\sqrt{\text{क्ष}+५}$ …… उ० $\text{क्ष} = १०$ अथवा -२

(८) $९\text{क्ष}-८\text{क्ष}^२+\sqrt{८\text{क्ष}^२-९\text{क्ष}+११} = ५$ …… उ० $\text{क्ष} = \frac{१}{१६}(९\pm\sqrt{१७})$

(९) $\frac{३\text{क्ष}+५}{३\text{क्ष}-५} - १२\,\frac{३\text{क्ष}-५}{३\text{क्ष}+५} = ४$ …… उ० $\text{क्ष} = \frac{७}{३}$ अथवा $\frac{५}{९}$

(१०) $\frac{\text{क्ष}+१२}{\text{क्ष}} + \frac{\text{क्ष}}{१२+\text{क्ष}} = ४\frac{१}{४}$ …… उ० $\text{क्ष} = २$ अथवा $-\frac{१}{२}$

(११) $\frac{२}{(\text{क्ष}+२)^{\frac{१}{२}}} + \frac{\sqrt{\text{क्ष}+२}}{२} = \frac{१७}{४(\text{क्ष}+२)^{\frac{१}{२}}}$ …… उ० $\text{क्ष} = -\frac{३}{२}$ अथवा ६

(१२) $\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}} : \text{क्ष}-\sqrt{\text{क्ष}} :: ३\sqrt{\text{क्ष}}+५ : २\sqrt{\text{क्ष}}$ …… उ० क्ष

(१३) $(\text{क्ष}+६)^२+२\sqrt{\text{क्ष}}(\text{क्ष}+६) = १२८+११\text{क्ष}$ …… उ० $\text{क्ष} = ४$ अथवा ९

(१४) $\text{क्ष} + \sqrt{\text{क्ष}} + २ = \frac{\text{क्ष}^२ + \text{क्ष} - ४}{\sqrt{\text{क्ष}}}$ ..... उ० क्ष = १ अथवा ४

(१५) $८\text{क्ष}^२ - १२ = \frac{३\text{क्ष}}{२} + \sqrt{६\text{क्ष}^३ + ५२\text{क्ष}^२}$ ... उ० क्ष = २ अथवा $-\frac{१३}{८}$

(१६) $\sqrt{\text{अ}^२ + \text{क्ष}^२} = \sqrt[४]{\text{क}^४ + \text{क्ष}^४}$ ..... उ० $\text{क्ष} = \sqrt{\frac{\text{क}^४ - \text{अ}^४}{२\text{अ}^२}}$

(१७) $\frac{\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}}{\text{क्ष}} + \frac{\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}}{\text{अ}} = \frac{\sqrt{\text{क्ष}}}{\text{क}}$ ... उ० $\text{क्ष} = \frac{\text{अ}}{\left(\frac{\text{अ}}{\text{क}}\right)^{\frac{२}{३}} - १}$

(१८) $\text{क्ष} + \sqrt{\text{अ}^२ + \text{क्ष}^२} = \frac{२\text{अ}^२}{\sqrt{\text{अ}^२ + \text{क्ष}^२}}$ ... उ० $\text{क्ष} = \pm \frac{\text{अ}}{\sqrt{३}}$

(१९) $\sqrt{\frac{\text{अ}^२}{\text{क्ष}^२} + \text{ब}^२} - \sqrt{\frac{\text{अ}^२}{\text{क्ष}^२} - \text{ब}^२} = \text{ब}$ ... उ० $\text{क्ष} = \pm \frac{२\text{अ}}{\text{ब}}\sqrt{\frac{१}{५}}$

(२०) $\sqrt{\text{क्ष}^२ + \frac{३\text{अ}^२}{४}} - \sqrt{\text{क्ष}^२ - \frac{३\text{अ}^२}{४}} = \sqrt{\text{अक्ष}}$ ... उ० $\text{क्ष} = \sqrt[४]{\frac{९\text{अ}}{४\text{अ} - १६}}$

(२१) $\sqrt{\frac{\text{क्ष}+\text{अ}}{\text{क्ष}}} + २\sqrt{\frac{\text{अ}}{\text{अ}+\text{क्ष}}} = \text{ब}^२\sqrt{\frac{\text{क्ष}}{\text{अ}+\text{क्ष}}}$ ... उ० $\text{क्ष} = \frac{\text{अ}}{(\text{ब}-१)^२}$

(२२) $\frac{\text{अ} - \sqrt{\text{अ}^२ - \text{क्ष}^२}}{\text{अ} + \sqrt{\text{अ}^२ - \text{क्ष}^२}} = \text{ब}^२$ ... उ० $\text{क्ष} = \pm \frac{२\text{अ}}{१+\text{ब}^२}$

(२३) $\frac{\text{क्ष} - \sqrt{\text{क्ष}+१६}}{\text{क्ष} + \sqrt{\text{क्ष}+१६}} = \frac{७}{८}$ .... उ० क्ष = −१५ अथवा २४०

(२४) $\frac{४\text{क्ष}^२ + १७\text{क्ष}}{१९} + \frac{५\text{क्ष} - \text{क्ष}^३}{३ + \text{क्ष}} = \frac{४\text{क्ष}^२}{१९}$

(२५) $\frac{(१ + \text{क्ष}^४)}{(१+\text{क्ष})^४} = \frac{१}{२}$ .... उ० $\text{क्ष} = \sqrt{३ - २\sqrt{३}} - (१ \mp \sqrt{३})$

(२६) $\frac{४}{२\text{क्ष}+३} + \frac{३\text{क्ष}+६}{५\text{क्ष}+१८} = \frac{३\text{क्ष}+५}{५\text{क्ष}}$ ... उ० क्ष = ६ अथवा $-२२\frac{१}{२}$

(२७) $\frac{८}{३+५\text{क्ष}} + \frac{८\text{क्ष} - १७}{२ + ४\text{क्ष}} = \frac{४\text{क्ष}+३}{२\text{क्ष}+१२}$

(२८) $\frac{४}{क्ष^{४}} + \frac{४}{क्ष^{२}} = \frac{अ-१}{क्ष} + \frac{अ^{२}क्ष}{२} + \frac{अ}{२}$

मागें सोडविण्याकरितां दिलेलीं वर्गसमीकरणें एथें सोडविलीं आहेत.

(१) $\frac{८}{क्ष^{३}} + ९ = \frac{१७}{क्ष\sqrt{क्ष}}$

$८\left(\frac{१}{क्ष^{३}}\right) - १७\left(\frac{१}{क्ष\sqrt{क्ष}}\right) = -९$

$८\left(\frac{१}{क्ष\sqrt{क्ष}}\right)^{२} - १७\left(\frac{१}{क्ष\sqrt{क्ष}}\right) = -९$

$\frac{१}{क्ष\sqrt{क्ष}} = \frac{१}{१६}\left(\pm\sqrt{-२८८+२८९} + १७\right)$

$\frac{१}{क्ष\sqrt{क्ष}} = \frac{१}{१६}\left(\pm १ + १७\right) = १$ अथवा $\frac{९}{८}$

$\therefore क्ष = १$ अथवा $\frac{४}{[illegible]}$

(२) $क्ष\sqrt[३]{क्ष} + ७\sqrt[३]{क्ष^{२}} = ४४$

$\therefore \sqrt[३]{क्ष^{४}} + ७\sqrt[३]{क्ष^{२}} = ४४$

$\sqrt[३]{क्ष^{२}} = \frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{१७६+४९} - ७\right)$

$\therefore \sqrt[३]{क्ष^{२}} = \frac{१}{२}\left(\pm १५ - ७\right) = ४$ अथवा -११

$\therefore \sqrt[३]{क्ष} = \pm २$ अथवा $\pm\sqrt{-११}$

$\therefore क्ष = \pm ८$ अथवा $(\pm\sqrt{-११})^{३}$

(३) $\sqrt{क्ष^{२}} - \frac{४०}{\sqrt{क्ष}} = ३क्ष$

$\sqrt{क्ष^{३}} - \frac{४०}{क्ष} = \frac{३क्ष}{\sqrt{क्ष}}$

$\therefore क्ष^{२} - \frac{३}{\sqrt{क्ष}}\, क्ष = \frac{४०}{क्ष}$

$\therefore क्ष = \frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{\frac{१६०}{क्ष} + \frac{९}{क्ष}} + \frac{३}{\sqrt{क्ष}}\right)$

$\therefore क्ष = \frac{१}{२}\left(\pm\frac{१३}{\sqrt{क्ष}} + \frac{३}{\sqrt{क्ष}}\right)$

$\therefore क्ष = \frac{८}{\sqrt{क्ष}}$ अथवा $\frac{-५}{\sqrt{क्ष}}$

$\therefore क्ष\sqrt{क्ष} = ८$ अथवा -५

$\therefore क्ष = ४$ अथवा $\sqrt[३]{२५}$

(४) $\frac{क्ष^2}{(क्ष^2-४)^2}+\frac{६}{क्ष^2-४}=\frac{३५१}{२५क्ष^2}$

$\frac{१}{(क्ष^2-४)^2}+\frac{६}{क्ष^2}\times\frac{१}{क्ष^2-४}=\frac{३५१}{२५क्ष^4}$

$\frac{१}{क्ष^2-४}=\pm\sqrt{\frac{३५१}{२५क्ष^4}+\frac{९}{क्ष^4}}-\frac{३}{क्ष^2}$

$\therefore\frac{१}{क्ष^2-४}=\pm\frac{२४}{५क्ष^2}-\frac{३}{क्ष^2}$

$\therefore\frac{१}{क्ष^2-४}=\frac{९}{५क्ष^2}$ अथवा $-\frac{३९}{५क्ष^2}$

जेव्हां $\frac{१}{क्ष^2-४}=\frac{९}{५क्ष^2}$

$\therefore ५क्ष^2=९क्ष^2-३६$

$\therefore ५क्ष^2=$ आ। २क्ष = ६। अ = ३

आणिजर $\frac{१}{क्ष^2-४}=\frac{-३९}{५क्ष^2}$

$\therefore क्ष=\pm\sqrt{\frac{३९}{११}}$

(५) $क्ष+४-२\sqrt{\frac{क्ष+४}{क्ष-४}}=\frac{३}{क्ष-४}$

$\frac{क्ष+४}{क्ष-४}-\frac{२}{क्ष-४}\sqrt{\frac{क्ष+४}{क्ष-४}}=\frac{३}{(क्ष-४)^2}$

$\therefore\sqrt{\frac{क्ष+४}{क्ष-४}}=\frac{३}{क्ष-४}$ अथवा $\frac{१}{क्ष-४}$

$\frac{क्ष+४}{क्ष-४}=\frac{९}{(क्ष-४)^2}$ अथवा $\frac{१}{(क्ष-४)^2}$

$\therefore क्ष+४=\frac{९}{क्ष-४}$ अथवा $\frac{१}{क्ष-४}$

$\therefore क्ष^2-१६=९$ अथवा १

$\therefore क्ष^2=२५$ अथवा १७

$\therefore क्ष=\pm५$ अथवा $\pm\sqrt{१७}$

(६) $क्ष^2+\sqrt{क्ष^2+५क्ष}=४२-५क्ष$

$\therefore क्ष^2+५क्ष+\sqrt{क्ष^2+५क्ष}=४२$

$\therefore\sqrt{क्ष^2+५क्ष}=६$ अथवा ७

$\therefore क्ष^2+५क्ष=३६$ अथवा ४९

जेव्हां $क्ष^2+५क्ष=३६$

तेव्हां क्ष = ४ अथवा −९

आणि जेव्हां $क्ष^2+५क्ष=४९$

तेव्हां $क्ष=\frac{१}{२}(\pm\sqrt{२२१}-५)$

(७) $क्ष+\sqrt{क्ष+५}=२+३\sqrt{क्ष+५}$

$\therefore क्ष-२\sqrt{क्ष+५}=२$

$$क्ष+५-२\sqrt{क्ष+५}=८$$

$$\therefore \sqrt{क्ष+५}=-२ \text{ अथवा } ४$$

$$\therefore क्ष+५=४ \text{ अथवा } १६$$

$$\therefore क्ष=-२२ \text{ अथवा } १०$$

(८) $$९क्ष-८क्ष^२+\sqrt{८क्ष^२-९क्ष+११}=५$$

$$८क्ष^२-९क्ष-\sqrt{८क्ष^२-९क्ष+११}=-५$$

$$(८क्ष^२-९क्ष+११)-\sqrt{८क्ष^२-९क्ष+११}=६$$

$$\sqrt{८क्ष^२-९क्ष+११}=३ \text{ अथवा } -२$$

$$\therefore ८क्ष^२-९क्ष+११=९ \text{ अथवा } ४$$

$$\therefore ८क्ष^२-९क्ष=-२ \text{ अथवा } -७$$

(९) $$\frac{३क्ष+५}{३क्ष-५}-१२\cdot\frac{३क्ष-५}{३क्ष+५}=४$$

$\frac{३क्ष+५}{३क्ष-५}$ याणें गुणून

$$\left(\frac{३क्ष+५}{३क्ष-५}\right)^२-१२=४\cdot\frac{३क्ष+५}{३क्ष-५}$$

$$\left(\frac{३क्ष+५}{३क्ष-५}\right)^२-४\left(\frac{३क्ष+५}{३क्ष-५}\right)=१२$$

$$\therefore \frac{३क्ष+५}{३क्ष-५}=-२ \text{ अथवा } ६$$

जेव्हां $\frac{३क्ष+५}{३क्ष-५}=-२$

तेव्हां $क्ष=\frac{५}{९}$

आणि जेव्हां $\frac{३क्ष+५}{३क्ष-५}=६$

तेव्हां $क्ष=\frac{७}{३}$

(१०) $$\frac{क्ष+१२}{क्ष}+\frac{क्ष}{क्ष+१२}=४\tfrac{१}{४}$$

$$\therefore \frac{क्ष+१२}{क्ष}+२+\frac{क्ष}{क्ष+१२}=६\tfrac{१}{४}$$

$$\text{आणि } \frac{क्ष+१२}{क्ष}-२+\frac{क्ष}{क्ष+१२}=२\tfrac{१}{४}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{क्ष+१२}}{\sqrt{क्ष}}+\frac{\sqrt{क्ष}}{\sqrt{क्ष+१२}}=\frac{५}{२}$$

$$\frac{\sqrt{क्ष+१२}}{\sqrt{क्ष}}-\frac{\sqrt{क्ष}}{\sqrt{क्ष+१२}}=\frac{३}{२}$$

$$\therefore २\frac{\sqrt{क्ष+१२}}{\sqrt{क्ष}}=\frac{८}{२}=४$$

$$\therefore \frac{\sqrt{क्ष+१२}}{\sqrt{क्ष}}=२$$

$$\therefore \frac{क्ष+१२}{क्ष}=४ \quad \therefore क्ष=४$$

(११) $$\frac{२}{(क्ष+२)^{\frac{३}{२}}}+\frac{\sqrt{क्ष+२}}{२}=\frac{१७}{४(क्ष+२)^{\frac{३}{२}}}$$

$\frac{२}{(क्ष+२)} + \frac{क्ष+२}{२} = \frac{१७}{४}$

$\frac{१}{क्ष+२} + \frac{क्ष+२}{४} = \frac{१७}{८}$

$\frac{१}{क्ष+२}$ यानें गुणून

$\left(\frac{१}{क्ष+२}\right)^{२} + \frac{१}{४} = \frac{१७}{८}\left(\frac{१}{क्ष+२}\right)$

$\therefore \left(\frac{१}{क्ष+२}\right)^{२} - \frac{१७}{८}\left(\frac{१}{क्ष+२}\right) = -\frac{१}{४}$

(१२) $क्ष+\sqrt{क्ष} : क्ष-\sqrt{क्ष} : ३\sqrt{क्ष}+५ : २\sqrt{क्ष}$

$\therefore २क्ष : २\sqrt{क्ष} :: ५\sqrt{क्ष}+६ : \sqrt{क्ष}+५$

$\therefore \sqrt{क्ष} : १ :: ५\sqrt{क्ष}+६ : \sqrt{क्ष}+५$

$\therefore क्ष+५\sqrt{क्ष} = ६ \therefore क्ष+५$

$\therefore क्ष+\sqrt{क्ष} = ५ \therefore \sqrt{क्ष} = २$ अथवा -३

$\therefore क्ष = ४$ अथवा ९

(१३) $(क्ष+६)^{२} + २\sqrt{क्ष}(क्ष+६) = १२८+\sqrt{क्ष}$

$(क्ष+६)^{२} + २\sqrt{क्ष}(क्ष+६) + क्ष = १३८ + क्ष + \sqrt{क्ष}$

$\therefore (क्ष+६+\sqrt{क्ष})^{२} = क्ष+६+\sqrt{क्ष}+१३२$

$\therefore (क्ष+६+\sqrt{क्ष})^{२} - (क्ष+६+\sqrt{क्ष}) = १३२$

$क्ष+६+\sqrt{क्ष} = ११$ अथवा १२

$\therefore क्ष+\sqrt{क्ष} = -१७$ अथवा ६

जर $क्ष+\sqrt{क्ष} = ६$, तर $\sqrt{क्ष} = २$ अथवा -३

आणि जर $क्ष+\sqrt{क्ष} = -१७$

तर $\sqrt{क्ष} = \frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{-६७}-१\right)$

(१४) $क्ष+\sqrt{क्ष}+२ = \frac{क्ष^{२}+क्ष-४}{\sqrt{क्ष}}$

$\therefore क्ष+\sqrt{क्ष}+२ = \frac{क्ष^{२}-४}{\sqrt{क्ष}} + \sqrt{क्ष}$

$\therefore क्ष+२ = \frac{क्ष^{२}-४}{\sqrt{क्ष}} = \frac{(क्ष+२)(क्ष-२)}{\sqrt{क्ष}}$

$\therefore १ = \frac{क्ष-२}{\sqrt{क्ष}} \therefore क्ष-\sqrt{क्ष} = २$

$\therefore \sqrt{क्ष} = -१$ अथवा $२ \therefore क्ष = १$ अथवा ४

$\therefore \frac{१}{क्ष+२} = २$ अथवा $\frac{१}{८}$

$\therefore क्ष+२ = \frac{१}{२}$ अथवा -८

$\therefore क्ष = -१\frac{१}{२}$ अथवा -१०

(१५) $\sqrt{अ^2+क्ष^2} = \sqrt[4]{क^4+क्ष^4}$

$अ^2+क्ष^2 = \sqrt{क^4+क्ष^4}$

$\therefore अ^4+क्ष^4+२अ^2क्ष^2 = क^4+क्ष^4$

$\therefore २अ^2क्ष^2 = क^4-अ^4$

$\therefore क्ष = \pm\sqrt{\dfrac{क^4-अ^4}{२अ^2}}$

(१६) $\dfrac{\sqrt{अ+क्ष}}{क्ष} + \dfrac{\sqrt{अ+क्ष}}{अ} = \dfrac{\sqrt{क्ष}}{क}$

$\sqrt{अ+क्ष}\left(\dfrac{१}{क्ष}+\dfrac{१}{अ}\right) = \dfrac{\sqrt{क्ष}}{क}$

$\sqrt{अ+क्ष}\left(\dfrac{अ+क्ष}{अक्ष}\right) = \dfrac{\sqrt{क्ष}}{क}$

$\therefore (अ+क्ष)^{\frac{३}{२}} = \dfrac{अक्ष\sqrt{क्ष}}{क}$

$(अ+क्ष)^३ = \left(\dfrac{अ}{क}\right)^२ \cdot क्ष^३$

$अ+क्ष = \left(\dfrac{अ}{क}\right)^{\frac{२}{३}} \cdot क्ष$

$\therefore क्ष = \dfrac{अ}{\left(\frac{अ}{क}\right)^{\frac{२}{३}}-१}$

(१७) $क्ष+\sqrt{अ^2+क्ष^2} = \dfrac{२अ^2}{\sqrt{अ^2+क्ष^2}}$

$क्ष\sqrt{अ^2+क्ष^2}+अ^2+क्ष^2 = २अ^2$

$क्ष\sqrt{अ^2+क्ष^2} = अ^2-क्ष^2$

$अ^2क्ष^2+क्ष^4 = अ^4-२अ^2क्ष^2+क्ष^4$

$३अ^2क्ष^2 = अ^4 \therefore क्ष^2 = \dfrac{अ^2}{३}$

$\therefore क्ष = \pm\dfrac{अ}{\sqrt{३}}$

(१८) $\sqrt{\dfrac{अ^2}{क्ष^2}+ब^2} - \sqrt{\dfrac{अ^2}{क्ष^2}-ब^2} = ब$

$\therefore \sqrt{\dfrac{अ^2}{क्ष^2}+ब^2} = ब+\sqrt{\dfrac{अ^2}{क्ष^2}-ब^2}$

$\dfrac{अ^2}{क्ष^2}+ब^2 = ब^2+\dfrac{अ^2}{क्ष^2}-ब^2+२ब\sqrt{\dfrac{अ^2}{क्ष^2}-ब^2}$

$\therefore ० = -ब^2+२ब\sqrt{\dfrac{अ^2}{क्ष^2}-ब^2}$

$\therefore \sqrt{\dfrac{अ^2}{क्ष^2}-ब^2} = \dfrac{ब}{२}$

$\therefore \dfrac{अ^2}{क्ष^2}-ब^2 = \dfrac{ब^2}{४} \therefore \dfrac{अ^2}{क्ष^2} = \dfrac{५ब^2}{४}$

$क्ष^2 = \dfrac{४अ^2}{५ब^2} \therefore क्ष = \pm\dfrac{२अ}{ब\sqrt{५}}$

(१९) $\sqrt{क्ष^2+\dfrac{७अ^2}{४}} - \sqrt{क्ष^2-\dfrac{७अ^2}{४}} = \sqrt{अक्ष^2}$

$$\therefore क्ष^{२} + \frac{३अ^{२}}{४} - २\sqrt{क्ष^{४} - \frac{९अ^{४}}{१६}} + क्ष^{२} - \frac{३अ^{२}}{४} = अक्ष^{२}$$

$$२क्ष^{२} - २\sqrt{क्ष^{४} - \frac{९अ^{४}}{१६}} = अक्ष^{२} \therefore २\sqrt{क्ष^{४} - \frac{९अ^{४}}{१६}} = २क्ष^{२} - अक्ष^{२}$$

$$४क्ष^{४} - \frac{९अ^{४}}{४} = ४क्ष^{४} - ४अक्ष^{४} + अ^{२}क्ष^{४} \therefore \frac{-९अ^{४}}{४} = -४अक्ष^{४} + अ^{२}क्ष^{४}$$

$$\therefore क्ष^{४}(४अ - अ^{२}) = \frac{९अ^{४}}{४} \therefore क्ष^{४} = \frac{९अ^{३}}{१६ - ४अ}$$

$$\therefore क्ष^{२} = \frac{३\sqrt{अ}}{२\sqrt{४-अ}} \therefore क्ष = \frac{\sqrt{३}\sqrt[४]{अ}}{\sqrt{२}\sqrt[४]{४-अ}}$$

(२०) $$\sqrt{\frac{क्ष+अ}{क्ष}} + २\sqrt{\frac{अ}{अ+क्ष}} = ब^{२}\sqrt{\frac{क्ष}{अ+क्ष}}$$

$\sqrt{\frac{अ+क्ष}{क्ष}}$ यानें गुणून $\frac{क्ष+अ}{क्ष} + \frac{२\sqrt{अ}}{\sqrt{क्ष}} = ब^{२}$

$$\therefore १ + \frac{अ}{क्ष} + \frac{२\sqrt{अ}}{\sqrt{क्ष}} = ब^{२} \therefore १ + \frac{\sqrt{अ}}{\sqrt{क्ष}} = \pm ब \therefore \frac{\sqrt{अ}}{\sqrt{क्ष}} = -१ \pm ब$$

$$\therefore \sqrt{क्ष} = \frac{\sqrt{अ}}{-१ \mp ब} \therefore क्ष = \frac{अ}{(१ \mp ब)^{२}}$$

(२१) $$\frac{अ - \sqrt{अ^{२} - क्ष^{२}}}{अ + \sqrt{अ^{२} - क्ष^{२}}} = ब^{२} \therefore अ - \sqrt{अ^{२} - क्ष^{२}} = अब^{२} + ब^{२}\sqrt{अ^{२} - क्ष^{२}}$$

$$\therefore \sqrt{अ^{२} - क्ष^{२}} + ब^{२}\sqrt{अ^{२} - क्ष^{२}} = अ - अब^{२} = अ(१ - ब^{२})$$

$$\sqrt{अ^{२} - क्ष^{२}}\,(ब^{२} + १) = अ(१ - ब^{२}) \therefore \sqrt{अ^{२} - क्ष^{२}} = \frac{अ(१ - ब^{२})}{१ + ब^{२}}$$

$$अ^{२} - क्ष^{२} = \frac{अ^{२}(१ - ब^{२})^{२}}{(१ + ब^{२})^{२}} \therefore क्ष^{२} = अ^{२} - \frac{अ^{२}(१ - ब^{२})^{२}}{(१ + ब^{२})^{२}} = अ^{२}\left(१ - \frac{(१ - ब^{२})^{२}}{(१ + ब^{२})^{२}}\right)$$

$$\therefore क्ष = \pm अ\sqrt{१ - \frac{(१ - ब^{२})^{२}}{(१ + ब^{२})^{२}}} = \pm \frac{अ}{१ + ब^{२}}\sqrt{(१ + ब^{२})^{२} - (१ - ब^{२})^{२}}$$

$$क्ष = \pm \frac{अ}{१+ब^२} \times \sqrt{४ब^२} = \pm \frac{२अब}{१+ब^२}$$

(२) $$\frac{क्ष+\sqrt{क्ष+१६}}{क्ष-\sqrt{क्ष+१६}} = \frac{८}{७} \therefore \frac{२\sqrt{क्ष+१६}}{२क्ष} = \frac{१}{१५}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{क्ष+१६}}{क्ष} = \frac{१}{१५} \therefore १५\sqrt{क्ष+१६} = क्ष$$

$$\therefore १५\sqrt{क्ष+१६} + १६ = क्ष+१६ \therefore (क्ष+१६) - १५\sqrt{क्ष+१६} = १६$$

$$\therefore \sqrt{क्ष+१६} = १६ \text{ अथवा } -\frac{१}{८} \therefore क्ष+१६ = २५६ \text{ अथवा } \frac{१}{६४}$$

$$\therefore क्ष = २४० \text{ अथवा } -१५\frac{५५}{६४}$$

(३) $$\frac{४क्ष^२+१७क्ष}{१९} + \frac{५क्ष-क्ष^३}{३+क्ष} = \frac{४क्ष^२}{१९}$$

$$\frac{४क्ष^२}{१९} + \frac{१७क्ष}{१९} + \frac{५क्ष-क्ष^३}{३+क्ष} = \frac{४क्ष^२}{१९}$$

$$\therefore \frac{१७क्ष}{१९} + \frac{५क्ष-क्ष^३}{३+क्ष} = ० \therefore \frac{१७}{१९} = \frac{५-क्ष^२}{३+क्ष}$$

$$५१+१७क्ष = ९५-१९क्ष^२ \therefore १९क्ष^२+१७क्ष = ४४$$

$$\therefore क्ष = \frac{१}{३८}\left(\pm\sqrt{४४\times७६+(१७)^२} - १७\right)$$

(४) $$\frac{(१+क्ष^४)}{(१+क्ष)^४} = \frac{१}{४} \therefore \frac{१+क्ष^४}{१+४क्ष+६क्ष^२+४क्ष^३+क्ष^४} = \frac{१}{४}$$

$$४+४क्ष^४ = १+४क्ष+६क्ष^२+४क्ष^३+क्ष^४ \therefore ३+३क्ष^४ = ४क्ष+६क्ष^२+४क्ष^३$$

$$१+क्ष^४ = \frac{४}{३}क्ष + २क्ष^२ + \frac{४}{३}क्ष^३ \therefore १+क्ष^४+२क्ष^२ = \frac{४क्ष}{३} + ४क्ष^२ + \frac{४}{३}क्ष^३$$

$$\therefore (१+\text{क्ष}^२)^२ = \frac{४}{३}\text{क्ष}(१+\text{क्ष}^२) \pm ४\text{क्ष}^२$$

$$(१+\text{क्ष}^२)^२ - \frac{४}{३}\text{क्ष}(१+\text{क्ष}^२) = ४\text{क्ष}^२$$

$$(१+\text{क्ष}^२)^२ - \frac{४}{३}\text{क्ष}(१+\text{क्ष}^२) + \frac{४}{९}\text{क्ष}^२ = ४\text{क्ष}^२ + \frac{४}{९}\text{क्ष}^२ = \frac{४०\text{क्ष}^२}{९}$$

$$\therefore १+\text{क्ष}^२ - \frac{२\text{क्ष}}{३} = \pm\frac{२\text{क्ष}}{३}\sqrt{१०} \therefore \text{क्ष}^२ - \frac{२\text{क्ष}}{३}(१\pm\sqrt{१०}) = १$$

$$\therefore ३\text{क्ष}^२ - २\text{क्ष}(१\pm\sqrt{१०}) = -३ \therefore \text{क्ष} =$$

(२५) $$\frac{४}{२\text{क्ष}+३} + \frac{३\text{क्ष}+६}{५\text{क्ष}+१८} = \frac{३\text{क्ष}+५}{५\text{क्ष}}$$

$$\frac{२०}{२\text{क्ष}+३} + \frac{१५\text{क्ष}+३०}{५\text{क्ष}+८} = \frac{१५\text{क्ष}+२५}{५\text{क्ष}} = \frac{१५\text{क्ष}}{५\text{क्ष}} + \frac{२५}{५\text{क्ष}}$$

$$\frac{२०}{२\text{क्ष}+३} + \frac{३(५\text{क्ष}+१८)-२४}{५\text{क्ष}+१८} = ३ + \frac{५}{\text{क्ष}}$$

$$\frac{२०}{२\text{क्ष}+३} + ३ - \frac{२४}{५\text{क्ष}+१८} = ३ + \frac{५}{\text{क्ष}} \therefore \frac{२०}{२\text{क्ष}+३} - \frac{२४}{५\text{क्ष}+१८} = \frac{५}{\text{क्ष}}$$

$$\frac{५}{२\text{क्ष}+३} - \frac{६}{५\text{क्ष}+१८} = \frac{५}{४\text{क्ष}} \therefore \frac{५(५\text{क्ष}+१८) - ६(२\text{क्ष}+३)}{(२\text{क्ष}+३)(५\text{क्ष}+१८)} = \frac{५}{४\text{क्ष}}$$

$$\frac{१३\text{क्ष}+७२}{(२\text{क्ष}+३)(५\text{क्ष}+१८)} = \frac{५}{४\text{क्ष}} \therefore ५२\text{क्ष}^२ + २८८\text{क्ष} = ५०\text{क्ष}^२ + \text{[illegible]}\text{क्ष} + २७०$$

$$२\text{क्ष}^२ + ३३\text{क्ष} = २७० \therefore \text{क्ष} = \frac{१}{४}\left(\pm\sqrt{२१६० + १०८९} - ३३\right)$$

$$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{४}\left(\pm\sqrt{३२४९} - ३३\right) = \frac{१}{४}(\pm ५७ - ३३) = ६ \text{ अथवा } -२२\tfrac{१}{२}$$

(२६) $$\frac{८}{१+५\text{क्ष}} + \frac{८\text{क्ष}-१७}{२+४\text{क्ष}} = \frac{४\text{क्ष}+३}{२\text{क्ष}+१२}$$

$$\frac{१६}{९+५\text{क्ष}}+\frac{८\text{क्ष}-१७}{१+२\text{क्ष}}=\frac{८\text{क्ष}+६}{२\text{क्ष}+१२}=\frac{८\text{क्ष}-१७}{२\text{क्ष}+१२}+\frac{२३}{२\text{क्ष}+१२}$$

$$\therefore\frac{८\text{क्ष}-१७}{१+२\text{क्ष}}-\frac{८\text{क्ष}-१७}{२\text{क्ष}+१२}=\frac{२३}{२\text{क्ष}+१२}-\frac{१६}{९+५\text{क्ष}}$$

$$(८\text{क्ष}-१७)\left(\frac{१}{१+२\text{क्ष}}-\frac{१}{२\text{क्ष}+१२}\right)=\frac{२३}{२\text{क्ष}+१२}-\frac{१६}{९+५\text{क्ष}}$$

$$(८\text{क्ष}-१७)\left(\frac{२\text{क्ष}+१२-(१+२\text{क्ष})}{(१+२\text{क्ष})(२\text{क्ष}+१२)}\right)=\frac{२३(९+५\text{क्ष})-१६(२\text{क्ष}+१२)}{(२\text{क्ष}+१२)(९+५\text{क्ष})}$$

$$\frac{(८\text{क्ष}-१७)\times ११}{(१+२\text{क्ष})(२\text{क्ष}+१२)}=\frac{१७५-७७\text{क्ष}}{(२\text{क्ष}+१२)(९+५\text{क्ष})}\;\therefore\frac{११(८\text{क्ष}-१७)}{१+२\text{क्ष}}=\frac{१७५-७७\text{क्ष}}{९+५\text{क्ष}}$$

$$११(८\text{क्ष}-१७)(९+५\text{क्ष})=(१७५-७७\text{क्ष})(१+२\text{क्ष})$$

$$४४०\text{क्ष}^२-१४३\text{क्ष}-१६८३=-१५४\text{क्ष}^२-४९७\text{क्ष}+१९२५$$

$$\therefore ५९४\text{क्ष}^२+३५४\text{क्ष}=३६०८\;\therefore\;\text{क्ष}=२\cdot११$$

(२७) $$\frac{४}{\text{क्ष}^३}+\frac{४}{\text{क्ष}^२}=\frac{\text{अ}-१}{\text{क्ष}}+\frac{\text{अ}^२\text{क्ष}}{२}+\frac{\text{अ}}{२}$$

$$\therefore\frac{४}{\text{क्ष}^३}+\frac{४}{\text{क्ष}^२}+\frac{१}{\text{क्ष}}=\frac{\text{अ}}{\text{क्ष}}+\frac{\text{अ}^२\text{क्ष}}{२}+\frac{\text{अ}}{२}$$

$$\therefore\frac{४}{\text{क्ष}^४}+\frac{४}{\text{क्ष}^३}+\frac{१}{\text{क्ष}^२}=\frac{\text{अ}}{\text{क्ष}^२}+\frac{\text{अ}^२}{२}+\frac{\text{अ}}{२\text{क्ष}}$$

$$\left(\frac{२}{\text{क्ष}^२}+\frac{१}{\text{क्ष}}\right)^२=\frac{\text{अ}}{२}\left(\frac{२}{\text{क्ष}^२}+\frac{१}{\text{क्ष}}\right)+\frac{\text{अ}^२}{२}$$

$$\left(\frac{२}{\text{क्ष}^२}+\frac{१}{\text{क्ष}}\right)^२-\frac{\text{अ}}{२}\left(\frac{२}{\text{क्ष}^२}+\frac{१}{\text{क्ष}}\right)+\frac{\text{अ}^२}{१६}=\frac{\text{अ}^२}{२}+\frac{\text{अ}^२}{१६}=\frac{९\text{अ}^२}{१६}$$

$$\therefore\left(\frac{२}{\text{क्ष}^२}+\frac{१}{\text{क्ष}}\right)-\frac{\text{अ}}{४}=\pm\frac{३\text{अ}}{४}$$

$$\therefore \frac{२}{क्ष^{२}} + \frac{१}{क्ष} = अ \text{ अथवा } -\frac{अ}{२}$$

$$\frac{१}{क्ष} = \frac{१}{४}\left(\pm\sqrt{८अ+१} - १\right) \text{ अथवा } \frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{-४अ+१} - १\right)$$

$$\therefore क्ष = \frac{४}{\pm\sqrt{८अ+१} - १} \text{ अथवा } \frac{२}{\pm\sqrt{-४अ+१} - १}$$

(१५) $८क्ष^{२} - १३ = \frac{३क्ष}{२} + \sqrt{६क्ष^{३} + ५२क्ष^{२}}$

$$= \frac{३क्ष}{२} + क्ष\sqrt{६क्ष + ५२}$$

$\therefore ३२क्ष^{२} - ५२ = ६क्ष + ४क्ष\sqrt{६क्ष+५२}$ च्यारीनें गुणून

स्थळांतरानें $५२ + ६क्ष + ४क्ष\sqrt{६क्ष+५२} = ३२क्ष^{२}$

$$(५२ + ५क्ष) + ४क्ष\sqrt{६क्ष+५२} + ४क्ष^{२} = ३६क्ष^{२}$$

∴ वर्गमूळ काढून $\sqrt{६क्ष+५२} + २क्ष = \pm ६क्ष$

$\therefore \sqrt{६क्ष+५२} = \pm ६क्ष - २क्ष = ४क्ष$ अथवा $-८क्ष$

$\therefore ६क्ष + ५२ = १६क्ष^{२}$ अथवा $६४क्ष^{२}$

जेव्हां $६क्ष + ५२ = १६क्ष^{२}$ तेव्हां क्ष २ अथवा $-\frac{१३}{१६}$

आणि जेव्हां $६क्ष + ५२ = ६४क्ष^{२}$ तेव्हां $क्ष = \frac{१}{६४}\left(\pm\sqrt{३३३७} + ३\right)$

एकअक्षरीसमीकरणें.

(१) $\sqrt{\text{क्ष}+\text{अ}}+\sqrt{\text{क्ष}-\text{अ}}=\text{ब}$ . . . . उत्तर $\text{क्ष}=\frac{४\text{अ}^{२}+\text{ब}^{४}}{४\text{ब}^{२}}$

(२) $\sqrt{१-\text{क्ष}^{४}}=\text{अ}(१+\text{क्ष}^{४})$ . . . उ० $\text{क्ष}=\left\{\frac{\pm(८\text{अ}^{२}+१)^{\frac{१}{२}}-(२\text{अ}^{२}+१)}{२\text{अ}^{२}}\right\}^{\frac{१}{४}}$

(३) $\sqrt{\text{अ}^{२}+\text{क्ष}^{२}}+\sqrt{\text{अ}^{२}-\text{क्ष}^{२}}=२\text{ब}$ . . उ० $\text{क्ष}=\pm\sqrt{२\text{ब}}\sqrt[४]{\text{अ}^{२}-\text{ब}^{२}}$

(४) $\sqrt{१+\text{क्ष}+\text{क्ष}^{२}}=\text{अ}-\sqrt{१-\text{क्ष}+\text{क्ष}^{२}}$ . . उ० $\text{क्ष}=\pm\frac{\text{अ}}{२}\sqrt{\frac{\text{अ}^{२}-४}{\text{अ}^{२}-१}}$

(५) $\frac{\text{अक्ष}-१}{\sqrt{\text{अक्ष}}+१}=४+\frac{\sqrt{\text{अक्ष}}-१}{२}$ . . . . उ० $\text{क्ष}=\frac{८१}{\text{अ}}$ अथवा $\frac{१}{\text{अ}}$

(६) $\frac{\text{अ}-\text{क्ष}+\sqrt{२\text{अक्ष}-\text{क्ष}^{२}}}{\text{अ}-\text{क्ष}}=\text{ब}$ . . . उ० $\text{क्ष}=\text{अ}-\frac{\text{अ}}{\sqrt{(\text{ब}-१)^{२}+१}}$

(७) $\frac{\text{अ}+\text{क्ष}+\sqrt{\text{अ}^{२}+२\text{अक्ष}}}{\text{अ}+\text{क्ष}-\sqrt{\text{अ}^{२}+२\text{अक्ष}}}=\text{ब}$ . . . उ० $\text{क्ष}=\frac{२\text{अ}\sqrt{\text{ब}}}{(\sqrt{\text{ब}}-१)^{२}}$

(८) $\frac{\text{अ}+\text{क्ष}+\sqrt{\text{अ}^{२}+\text{क्ष}^{२}}}{\text{अ}+\text{क्ष}-\sqrt{\text{अ}^{२}+\text{क्ष}^{२}}}=\text{ब}$ . . . उ० $\text{क्ष}=\text{अ}\frac{१-\sqrt{१-\frac{८\text{ब}}{(\text{ब}+१)^{२}}}}{१+\sqrt{१-\frac{८\text{ब}}{(\text{ब}+१)^{२}}}}$

(९) $\text{क्ष}-\frac{२}{\sqrt{\text{क्ष}}}=१$ . . . . . . उ० $\sqrt{\text{क्ष}}=-१$ अथवा २

(१०) $\dfrac{\sqrt{\text{अ}^2+\text{क्ष}^2}-\text{अ}}{\sqrt{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2}+\text{अ}}=\text{ब}$ ...... उत्तर $\text{क्ष}=\pm\dfrac{२\text{अ}\sqrt{\text{ब}}\sqrt{१-\text{ब}^2}}{१+\text{ब}^2}$

(११) $\text{क्ष}^4+१=०$ .... उ० $\text{क्ष}=\frac{१}{२}(\pm\sqrt{२}\pm\sqrt{-२})$

(१२) $\dfrac{४\text{क्ष}+१७}{\text{क्ष}+४}+\dfrac{३\text{क्ष}-१३}{\text{क्ष}-५}=\dfrac{१०\text{क्ष}+५०}{२\text{क्ष}+७}+\dfrac{१०\text{क्ष}+९}{५\text{क्ष}+४}$ ... उ० $\text{क्ष}=\pm१$ अथवा $\pm६\sqrt{१३}-२६$

(१३) $\text{क्ष}+४+\sqrt{\dfrac{\text{क्ष}+४}{\text{क्ष}-४}}=\dfrac{१२}{\text{क्ष}-४}$ ... उ० क्ष = ४ अथवा ५ अथवा ५

(१४) $\dfrac{\text{अ}^4+\text{क्ष}^4}{(\text{अ}+\text{क्ष})^4}=\text{ब}$ ...... उ० $\text{क्ष}=\frac{\text{अ}}{२}(\text{म}+\sqrt{\text{म}^2-४})$ जेव्हां $\text{म}=\dfrac{२\text{ब}\pm\sqrt{२(\text{ब}+१)}}{१-\text{ब}}$

(१५) $\sqrt[5]{(\text{अ}+\text{क्ष})^2}-२\sqrt[5]{(\text{अ}-\text{क्ष})^2}=\sqrt[5]{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2}$ ... उ० $\text{क्ष}=\dfrac{३१\text{अ}}{३३}$

(१६) $(\text{अ}+\text{क्ष})^{\frac{2}{3}}+४(\text{अ}-\text{क्ष})^{\frac{2}{3}}=५(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^{\frac{1}{3}}$ ..... उ० $\text{क्ष}=\dfrac{६३\text{अ}}{६५}$

(१७) $\sqrt[3]{१+\text{क्ष}}+\sqrt[3]{१-\text{क्ष}}=\sqrt[3]{२}$ ..... उ० क्ष = १ अथवा १ अथवा ०

(१८) $\sqrt[3]{१-\text{क्ष}+\text{क्ष}}=\sqrt[3]{\text{क्ष}}+\sqrt[3]{१+\text{क्ष}+\text{क्ष}^2}$ ... उ० क्ष = ० अथवा $\pm\sqrt{-१}$

(१९) $\text{क्ष}^2-\frac{२}{३}\text{क्ष}=१\frac{४}{९}$ .... उ० $\text{क्ष}-\frac{२}{३}$ अथवा $\frac{१}{३}(१\pm\sqrt{१०})$

(२०) $\text{क्ष}^2+\frac{१}{\text{क्ष}^2}=२५\frac{१}{१६}-\text{क्ष}-\frac{१}{\text{क्ष}}$ ... उ० $\text{क्ष}=\frac{१}{८}(१९+३\sqrt{३३})$

(२१) $\dfrac{\text{अ}+\text{क्ष}-\sqrt{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2}}{\text{अ}+\text{क्ष}+\sqrt{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2}}=\dfrac{\text{ब}}{\text{क्ष}}$ .... उ० $\text{क्ष}=\pm२\text{ब}\sqrt{\text{अ}-\text{ब}^2}$

(२२) $\dfrac{\text{अ}-\sqrt{\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^{२}}}{\text{अ}+\sqrt{\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^{२}}}=\dfrac{\text{क्ष}}{\text{अ}-\text{क्ष}}$ ...... उ० $\text{क्ष}=\text{अ}$ अथवा $\dfrac{\text{अ}}{\text{५}}$

(२३) $\dfrac{\text{अ}+\text{क्ष}}{\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}}+\dfrac{\text{अ}-\text{क्ष}}{\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}}=\text{२}\sqrt{\text{अ}}$ ... उ० $\text{क्ष}=\pm\text{अ}(\pm\text{४}\sqrt{\text{२}}-\text{११})^{\frac{१}{२}}$

(२४) $\dfrac{\text{२४३}+\text{३२४}\sqrt{\text{३क्ष}}}{\text{१६क्ष}-\text{३}}=(\text{४}\sqrt{\text{क्ष}}-\sqrt{\text{३}})^{२}$ ... उ० $\text{क्ष}=\dfrac{\text{३}}{\text{१६}}$ अथवा ३

(२५) $\dfrac{(\text{१}+\text{क्ष}^{३})}{(\text{१}+\text{क्ष})^{३}}+\dfrac{(\text{१}-\text{क्ष}^{३})}{(\text{१}-\text{क्ष})^{३}}=\text{अ}$ ... उ० $\text{क्ष}=\pm\dfrac{\sqrt{\text{अ}+\text{१}}-\sqrt{\text{३}}}{\sqrt{\text{अ}-\text{२}}}$

(२६) $\dfrac{(\text{१}+\text{क्ष})^{२}}{(\text{१}+\text{क्ष})^{३}}+\dfrac{(\text{१}-\text{क्ष})^{२}}{(\text{१}-\text{क्ष})^{३}}=\text{ब}$ ... उ० $\text{क्ष}=\pm\sqrt{\dfrac{\text{ब}-\text{२}}{\text{ब}}}$

(२७) $\dfrac{\text{२अ}\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{२}}}{\text{१}-\text{क्ष}+\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{२}}}=\text{अ}+\text{ब}$ ... उ० $\text{क्ष}=\dfrac{\pm\sqrt{(\text{अ}+\text{ब})^{२}+\text{४अब}}-(\text{अ}-\text{ब})}{\pm\sqrt{(\text{अ}+\text{ब})^{२}+\text{४अब}}+(\text{अ}-\text{ब})}$

(२८) $\text{क्ष}^{२}(\text{क्ष}+\text{अ})+\text{बक्ष}(\text{अ}+\text{क्ष})=\text{ब}-(\text{क्ष}+\text{२ब})$ .... उ० $\text{क्ष}=-\text{ब}$
अथवा $\frac{१}{२}(\pm\sqrt{\text{अ}^{२}-\text{४}}-\text{१})$

(२९) $\dfrac{\text{१}+\text{क्ष}^{३}}{(\text{१}+\text{क्ष})^{३}}+\dfrac{\text{१}-\text{क्ष}^{३}}{(\text{१}-\text{क्ष})^{३}}=\text{अ}$ .... उ० $\text{क्ष}=\pm\sqrt{\dfrac{\text{अ}-\text{२}}{\text{अ}+\text{४}}}$

(३०) $\sqrt{(\text{१}+\text{क्ष})^{२}-\text{अक्ष}}+\sqrt{(\text{१}-\text{क्ष})^{२}+\text{अक्ष}}=\text{क्ष}$

उ० $\text{क्ष}=\pm\sqrt{\frac{१}{३}(\text{४अ}^{२}-\text{१६अ}+\text{१२})}$

(३१) $\sqrt{\text{क्ष}}-\dfrac{\text{६}}{\text{क्ष}}=\dfrac{\text{७}}{\sqrt{\text{क्ष}}-\text{२}}$ .... उ० $\text{क्ष}=\text{१६}$ अथवा १

(३२) $\dfrac{\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}^{२}-\text{अ}^{२}}}{\text{क्ष}-\sqrt{\text{क्ष}^{२}-\text{अ}^{२}}}=\dfrac{\text{क्ष}}{\text{अ}}$ .... उ० $\text{क्ष}=\dfrac{\text{अ}}{\text{८}}(\pm\sqrt{-\text{७}}-\text{३})$

(३३) $\sqrt{१+\text{अ}}\cdot\sqrt{१-\text{क्ष}}-\sqrt{१-\text{अ}}\cdot\sqrt{१+\text{क्ष}}=२\text{अ}$ ... उ० $\text{क्ष}=\text{अ}$
अथवा $३\text{अ}-४\text{अ}^{३}$

(३४) $\frac{\text{क्ष}}{\text{अ}+\text{क्ष}}+\frac{\text{अ}}{\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}}=\frac{२\text{अ}^{२}}{\text{क्ष}}$ ... उ० $\text{क्ष}=\frac{१}{२}\text{अ}\left(\text{अ}\pm\sqrt{८\text{अ}+\text{अ}^{२}}\right)$
अथवा $२\text{अ}\left(\text{अ}\pm\sqrt{\text{अ}^{२}+\text{अ}}\right)$

(३५) $\text{क्ष}+\text{अ}+३\sqrt[३]{\text{अबक्ष}}=\text{ब}$ ... उ० $\text{क्ष}=\left(\sqrt[३]{\text{ब}}-\sqrt[३]{\text{अ}}\right)^{३}$

(३६) $\text{अ}+(\text{ब}+\sqrt{\text{क्ष}})\sqrt{\text{क्ष}}=(\text{ब}-\sqrt{\text{क्ष}})\sqrt{२\text{अ}+\text{क्ष}}$ ... उ० $\text{क्ष}=$
उ० $\text{क्ष}=\frac{\left(\sqrt[३]{२\text{अब}^{२}}-\sqrt[३]{\text{अ}}\right)^{२}}{२\sqrt[३]{२\text{ब}^{२}}}$

(३७) $\frac{१}{\sqrt{\text{क्ष}^{२}+१}+\text{क्ष}}+\frac{१}{\sqrt{\text{क्ष}^{२}-१}-\text{क्ष}}=\sqrt[४]{\text{क्ष}^{४}-१}-२\text{क्ष}$ ..... उ० $\text{क्ष}=$
उ० $\text{क्ष}=\frac{\pm\sqrt{३}}{\sqrt{८}}$

(३८) $\text{अ}+\text{क्ष}+\sqrt{२\text{अक्ष}+\text{क्ष}^{२}}=\sqrt{\text{अक्ष}-\text{क्ष}^{२}}+\sqrt{२\text{अ}^{२}-\text{अक्ष}-\text{क्ष}^{२}}$
उ० $\text{क्ष}=\frac{(\sqrt{२}\mp१)\text{अ}}{२\sqrt{२}}$

(३९) $\sqrt{(१+\text{अ})^{२}+(१-\text{अ})\text{क्ष}}+\sqrt{(१-\text{अ})^{२}+(१+\text{अ})\text{क्ष}}=२\text{अ}$
उ० $\text{क्ष}=०$ अथवा ८

(४०) $\frac{१+\sqrt{\text{क्ष}^{२}-१}}{१+२\text{अ}\sqrt{\text{क्ष}^{२}-१}}=\frac{\sqrt{\text{क्ष}^{२}-१}-१}{\text{क्ष}^{२}-२}$ ... उ० $\text{क्ष}=\pm\sqrt{१+४(\text{अ}-१)^{२}}$

(४१) $\frac{(१+क्ष)+\sqrt{२क्ष+क्ष^२}}{(१+क्ष)-\sqrt{२क्ष+क्ष^२}} = १-अक्ष$

(४२) $४\{(क्ष^२-१६)^{\frac{३}{४}}+८\} = क्ष^२+१६(क्ष^२-१६)^{\frac{१}{४}}$ …… उ० $क्ष = \pm ४\sqrt{२}$

(४३) $\frac{१}{\sqrt{१-क्ष}+१}+\frac{१}{\sqrt{१+क्ष}-१} = \frac{१}{क्ष}$ …… उ० $क्ष = \pm\frac{१}{२}\sqrt{३}$

(४४) $२क्ष(१-क्ष^४)^{\frac{१}{२}} = अ(१+क्ष^४)$

(४५) $\left(\frac{२क्ष+३}{२क्ष-३}\right)^{\frac{३}{२}}+\left(\frac{२क्ष-३}{२क्ष+३}\right)^{\frac{३}{२}} = \frac{१८}{१३}\left(\frac{४क्ष^२+९}{४क्ष^२}\right)$ उ० $क्ष = \pm\frac{३}{२}\sqrt{-१}$

$क्ष = १\frac{१३}{१४}$

(४६) $\frac{\sqrt{१+अ^२}-अ\sqrt{१+क्ष^२}}{\sqrt{१+क्ष^२}-क्ष\sqrt{१+अ^२}} = अ$ … उ० $क्ष = \frac{१}{अ^२-२अ}$

$\left(\pm\sqrt{४(अ^२-१)^२+२अ^२-(१+अ^२)}\right)$

(४७ $अक्ष+१ = \frac{२अक्ष\sqrt{अ^२+क्ष}}{अ+\sqrt{अ^२+क्ष}}$ … उ० $क्ष = \frac{१}{अ}+२\sqrt{अ}$

(४८) $(अ+क्ष)\sqrt{अ^२+क्ष^२} = ६(अ-क्ष)^२$ … उ० $क्ष = \frac{अ}{७}(९\pm२\sqrt{७})$

अथवा $\frac{अ}{५}(४\pm३\sqrt{-१})$

(४९) $अ(१-क्ष)+\sqrt{अ^२+१} = अ\sqrt{१+क्ष^२}$

(५०) $\frac{(क्ष-अ)^२}{\sqrt{क्ष}}+२(क्ष-अ) = \frac{अ^२}{\sqrt{क्ष}}+१$

(५१) $$\frac{\text{अ}+\text{क्ष}}{\sqrt{\text{अ}}+\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}}+\frac{\text{अ}-\text{क्ष}}{\sqrt{\text{अ}}-\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}}=\sqrt{\text{अ}}$$

(५२) $\sqrt{\text{२क्ष}^{२}-\text{१}}+\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{२}}\cdot\sqrt{\text{१}-\text{क्ष}^{२}}=\text{अक्ष}$

$$\text{उ० क्ष}=\frac{\text{अ}}{\sqrt{\text{अ}^{२}-\text{१}}}\quad\left(\frac{\pm\sqrt{\text{अ}^{२}+\text{३}}}{\text{२}}-\text{१}\right)^{\frac{\text{१}}{\text{२}}}$$

(५३) $(\text{१}+\text{क्ष})\sqrt{\text{१}+\text{अ}}+(\text{१}-\text{क्ष})\sqrt{\text{१}-\text{अ}}=\text{२}\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{२}}$ ... उ० $\text{क्ष}=\frac{\text{१}-\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{२}}}{\text{अ}}$

(५४) $\text{२क्ष}^{२}+(\text{क्ष}^{२}+\text{९})^{\frac{\text{१}}{\text{२}}}=\text{क्ष}^{४}-\text{९}$ .....उ० $\text{क्ष}=\pm\sqrt{\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{३}\pm\sqrt{\text{४७}})}$

अथवा $\pm\sqrt{\tfrac{\text{१}}{\text{२}}(\text{१}\pm\sqrt{\text{३७}})}$

(५५) $\text{अ}+\text{क्ष}\sqrt{\text{१}+\text{अ}^{२}}=\text{अ}\sqrt{\text{१}-\text{क्ष}^{२}}+\text{क्ष}\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{२}}$ ....

$$\text{उ० क्ष}=\frac{-\text{४अ}}{\text{३}\sqrt{\text{१}+\text{अ}^{२}}-\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{२}}}$$

(५६) $$\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)^{२}-\frac{\text{२५}}{\text{९}}=\frac{\text{२क्ष}^{२}+\frac{\text{४}}{\text{९}}}{\text{२}\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)+\sqrt{\text{क्ष}^{२}-\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}}$$ ....

उ० $\text{क्ष}=\text{३}$ अथवा $-\frac{\text{१}}{\text{३}}$ अथवा $\frac{\text{२}}{\text{३}}(\text{२}\pm\sqrt{\text{१३}})$

(५७) $\sqrt{\frac{\text{३अ}}{\text{४}}-\text{क्ष}}+\sqrt{\text{३अक्ष}-\text{क्ष}}=\frac{\text{३अ}}{\text{२}}\sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}}$ ....

उ० $\text{क्ष}=\frac{\text{१}}{\text{४}}$ अथवा $\frac{\text{३अ}-\text{१}}{\text{१२}(\text{अ}+\text{१})}$

(५८ $(\text{क्ष}+\text{३})^{२}-\text{२}(\text{क्ष}^{२}+\text{३})=\text{२क्ष}(\text{क्ष}+\text{१})^{२}$ उ० $\text{क्ष}=\text{३}$ अथवा १ अथ० $-\frac{\text{१}}{\text{२}}$

(५९) $\sqrt[४]{क्ष^४-१}+क्ष\sqrt{क्ष^४-१}=क्ष^३$ ...... उ॰ क्ष $=\pm\sqrt[४]{\frac{१}{२}(१\pm\sqrt{२})}$

(६०) $१६(क्ष^२+२)^{\frac{३}{२}}+\frac{३}{\sqrt{क्ष^२+२}}=३२क्ष^२+४८$ ... उ॰ क्ष $=\frac{३}{२}\sqrt{-७}$

(७१) $क्ष^३(क्ष+अ)+ब(क्ष^३+१)=क्ष^३(अ+१)+(२बक्ष-१)$ उ॰ क्ष $=१$

(६१) $क्ष-२\sqrt{क्ष+२}=१+\sqrt[४]{क्ष^२-३क्ष+२}$ ....

उ॰ क्ष $=९\pm४\sqrt{७}$ अथवा $\frac{१}{२}(३\pm\sqrt{१३})$

(६२) $$\frac{(अ^२-१)अ+अ^२क्ष-क्ष\sqrt{२अ^२-१}}{(अ^२-१)अ+अ^२क्ष+क्ष\sqrt{२अ^२-१}}=(१-अ^२)(१+अक्ष)-२अक्ष$$

उ॰ क्ष $=\frac{अ(१-अ^२)}{अ^२-\sqrt{२अ^२-१}}$ अथवा $\frac{\sqrt{१-अ^२}(अ\sqrt{१-अ^२}\pm१)}{अ^२+\sqrt{२अ^२-१}}$

(६३) $\sqrt{१-अ}\cdot\sqrt[४]{\frac{१+क्ष}{१-क्ष}}+\sqrt{१+अ}\sqrt[४]{\frac{१-क्ष}{१+क्ष}}=२\sqrt{१-अ^२}$ ... क्ष $=\frac{२अ}{अ^२+१}$

(६४) $\frac{\sqrt{१+क्ष}-१}{\sqrt{१-क्ष}+१}+\frac{\sqrt{१-क्ष}+१}{\sqrt{१+क्ष}-१}=अ$ .... उ॰ क्ष $=\frac{२\sqrt{अ^२-१}}{अ^२}$

(६५) $$\frac{१-अक्ष+\sqrt{१+अ^२}-अ\sqrt{१+क्ष^२}}{१-अक्ष+\sqrt{१+क्ष^२}-क्ष\sqrt{१+अ^२}}=अ$$

(६६) $(१-क्ष)\sqrt{क्ष^{२}+क्ष^{२}}-(१+क्ष)\sqrt{क्ष^{२}-क्ष^{२}}=\sqrt{\frac{२+२\sqrt{१-क्ष^{२}}}{अ}}$ ....

उ० $क्ष=\pm\sqrt{१-\frac{१}{४}\left(\pm\sqrt{१-\frac{४}{अ}}+१\right)^{२}}$

(६७) $(१-क्ष)\left(अ\left(१+\frac{१}{क्ष}\right)-२\right)^{\frac{३}{२}}=\sqrt{क्ष+१}+\sqrt{३क्ष+१}$ ....

उ० $क्ष=\pm\frac{\sqrt{अ+१}-१}{\sqrt{अ-१}+१}$

(६८) $\frac{१+क्ष-\sqrt{२क्ष+क्ष^{२}}}{१+क्ष+\sqrt{२क्ष+क्ष^{२}}}=\sqrt{अ^{३}}\cdot\frac{\sqrt{२+क्ष}+\sqrt{क्ष}}{\sqrt{२+क्ष}-\sqrt{क्ष}}$ ... उ० $क्ष=\frac{(१-\sqrt{अ})^{२}}{२\sqrt{अ}}$

(६९) $\frac{१+क्ष}{१+क्ष+\sqrt{१+क्ष^{२}}}+\frac{१-क्ष}{१-क्ष+\sqrt{१+क्ष^{२}}}=अ$ ... उ० $क्ष=\pm\sqrt{(२-अ)^{२}-१}$

(७०) $\frac{न-१}{न+१}\left(\frac{अ^{४}+अ^{२}क्ष^{२}+क्ष^{४}}{अ^{४}-अ^{२}क्ष^{२}+क्ष^{४}}\right)=\left(२-\frac{१}{न}\right)\left(\frac{अक्ष}{अ^{२}क्ष^{२}}\right)^{२}$

(७१) $\frac{क्ष-\sqrt{क्ष^{२}-अ^{२}}}{\sqrt{क्ष+\sqrt{क्ष^{२}-अ^{२}}}}=\sqrt[४]{क्ष^{२}-अ^{२}}\left\{\sqrt{क्ष^{२}+अक्ष}-\sqrt{क्ष^{२}-अक्ष}\right\}$ ....

उ० $क्ष=\frac{२अ}{\sqrt{४-(\sqrt{२+अ}-अ)^{२}}}$

(७२) $\frac{१}{अ}\sqrt{अ+क्ष}+\frac{१}{क्ष}\sqrt{अ+क्ष}=\frac{१}{ब}\sqrt{क्ष}$ ... उ० $क्ष=\frac{अब^{\frac{२}{३}}}{अ^{\frac{२}{३}}-ब^{\frac{२}{३}}}$

मागें दिलेलीं एकअक्षरीसमीकरणें एथें सोडविलीं आहेत

(१) $\sqrt{क्ष+अ}+\sqrt{क्ष-अ}=ब$

वर्गकरून $क्ष+अ+२\sqrt{क्ष^२-अ^२}+क्ष-अ=ब^२$

$२क्ष+२\sqrt{क्ष^२-अ^२}=ब^२ \therefore २\sqrt{क्ष^२-अ^२}=ब^२-२क्ष$

वर्गकरून $४क्ष^२-४अ^२=ब^४-४ब^२क्ष+४क्ष^२$

$४ब^२क्ष=ब^४+४अ^२ \therefore क्ष=\frac{ब^४+४अ^२}{४ब^२}$ हें उत्तर.

(२) $\sqrt{१-क्ष^४}=अ(१+क्ष^४)=अ(२-१+क्ष^४)$

$=अ(२-(१-क्ष^४))=२अ-अ(१-क्ष^४)$

$\therefore$ स्थलांतरानें $अ(१-क्ष^४)+\sqrt{१-क्ष^४}=२अ$

४ अनें गुणून $४अ^२(१-क्ष^४)+४अ\sqrt{१-क्ष^४}=८अ^२$

१ मिळवून $४अ^२(१-क्ष^४)+४अ\sqrt{१-क्ष^४}+१=८अ^२+१$

वर्गमूळ काढून $२अ\sqrt{१-क्ष^४}+१=\pm\sqrt{८अ^२+१}$

स्थलांतरानें $२अ\sqrt{१-क्ष^४}=\pm\sqrt{८अ^२+१}-१$

२अनें भागून $\sqrt{१-क्ष^४}=\frac{\pm\sqrt{८अ^२+१}-१}{२अ}$

वर्गकरून $१-क्ष^४=\left(\frac{\pm\sqrt{८अ^२+१}-१}{२अ}\right)^२$

$\therefore क्ष^४=१-\left(\frac{\pm\sqrt{८अ^२+१}-१}{२अ}\right)^२ \therefore क्ष=\sqrt[४]{१-\left(\frac{\pm\sqrt{८अ^२+१}-१}{२अ}\right)^२}$

(३) $\sqrt{\text{अ}^2+\text{क्ष}^2}+\sqrt{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2}=\text{२ब}$

स्थलांतर करून वर्ग केल्याने $\text{अ}^2+\text{क्ष}^2=\text{४ब}^2-\text{४ब}\sqrt{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2}+\text{अ}^2\,\text{क्ष}^2$

स्थलांतराने $\text{४ब}\sqrt{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2}=\text{४ब}^2-\text{२क्ष}^2$

वर्ग करून $\text{१६अ}^2\text{ब}^2-\text{१६ब}^2\text{क्ष}^2=\text{१६ब}^4-\text{१६ब}^2\text{क्ष}^2+\text{४क्ष}^4$

स्थलांतराने $\text{४क्ष}^4=\text{१६अ}^2\text{ब}^2-\text{१६ब}^4=\text{१६ब}^2(\text{अ}^2-\text{ब}^2)$

वर्गमूळ काढून $\text{२क्ष}^2=\pm\text{४ब}\sqrt{\text{अ}^2-\text{ब}^2}\ \therefore\ \text{क्ष}^2=\pm\text{२ब}\sqrt{\text{अ}^2-\text{ब}^2}$

वर्गमूळ काढून $\text{क्ष}=\pm\sqrt{\pm\text{२ब}\sqrt{\text{अ}^2-\text{ब}^2}}$

(४) $\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}+\text{क्ष}^2}=\text{अ}-\sqrt{\text{१}-\text{क्ष}+\text{क्ष}^2}$

वर्ग करून $\text{१}+\text{क्ष}+\text{क्ष}^2=\text{अ}^2-\text{२अ}\sqrt{\text{१}-\text{क्ष}+\text{क्ष}^2}+\text{१}-\text{क्ष}+\text{क्ष}^2$

स्थलांतराने $\text{२अ}\sqrt{\text{१}-\text{क्ष}+\text{क्ष}^2}=\text{अ}^2-\text{२क्ष}$

वर्ग करून $\text{४अ}^2-\text{४अ}^2\text{क्ष}+\text{४अ}^2\text{क्ष}^2=\text{अ}^4-\text{४अ}^2\text{क्ष}+\text{४क्ष}^2$

स्थलांतराने $\text{४अ}^2\text{क्ष}^2-\text{४क्ष}^2=\text{अ}^4-\text{४अ}^2$

क्ष^2 गुणक काढून $\text{क्ष}^2(\text{४अ}^2-\text{४})=\text{अ}^4-\text{४अ}^2$

$\therefore\ \text{क्ष}^2=\dfrac{\text{अ}^4-\text{४अ}^2}{\text{४अ}^2-\text{४}}\ \therefore\ \text{क्ष}=\pm\dfrac{\text{अ}}{\text{२}}\sqrt{\dfrac{\text{अ}^2-\text{४}}{\text{अ}^2-\text{१}}}$

(५) $$\frac{\text{अक्ष}-१}{\sqrt{\text{अक्ष}}+१} = ४ + \frac{\sqrt{\text{अक्ष}}-१}{२}$$

$$\frac{(\sqrt{\text{अक्ष}}-१)(\sqrt{\text{अक्ष}}+१)}{\sqrt{\text{अक्ष}}+१} = ४ + \frac{\sqrt{\text{अक्ष}}-१}{२}$$

$\sqrt{\text{अक्ष}}+१$ याचा संक्षेप देऊन $\sqrt{\text{अक्ष}}-१ = ४ + \frac{\sqrt{\text{अक्ष}}-१}{२}$ ।

स्थलांतराने $\sqrt{\text{अक्ष}}-१ - \frac{\sqrt{\text{अक्ष}}-१}{२} = ४$

$$\frac{\sqrt{\text{अक्ष}}-१}{२} = ४ \;\therefore\; \sqrt{\text{अक्ष}} = ९ \;\therefore\; \text{क्ष} = \frac{८१}{\text{अ}}$$

(६) $$\frac{\text{अ}-\text{क्ष}+\sqrt{२\text{अक्ष}-\text{क्ष}^२}}{\text{अ}-\text{क्ष}} = \text{ब}$$

$$\frac{\text{अ}-\text{क्ष}}{\text{अ}-\text{क्ष}} + \frac{\sqrt{२\text{अक्ष}-\text{क्ष}^२}}{\text{अ}-\text{क्ष}} = \text{ब}$$

स्थलांतराने $\frac{\sqrt{२\text{अक्ष}-\text{क्ष}^२}}{\text{अ}-\text{क्ष}} = \text{ब}-१$, कारण $\frac{\text{अ}-\text{क्ष}}{\text{अ}-\text{क्ष}} = १$

वर्ग करून $\frac{२\text{अक्ष}-\text{क्ष}^२}{\text{अ}^२-२\text{अक्ष}+\text{क्ष}^२} = (\text{ब}-१)^२ = \frac{(\text{ब}-१)^२}{१}$

$$\frac{\text{अ}^२-२\text{अक्ष}+\text{क्ष}^२}{(\text{अ}^२-२\text{अक्ष}+\text{क्ष}^२)+(२\text{अक्ष}-\text{क्ष}^२)} = \frac{१}{१+(\text{ब}-१)^२}$$

$$\frac{\text{अ}^२-२\text{अक्ष}+\text{क्ष}^२}{\text{अ}^२} = \frac{१}{१+(\text{ब}-१)^२}$$

वर्गमूळ काढून $\dfrac{अ-क्ष}{अ} = \dfrac{१}{\sqrt{१+(ब-१)^२}}$

$$अ-क्ष = \frac{अ}{\sqrt{१+(ब-१)^२}} \quad \therefore क्ष = अ + \frac{अ}{\sqrt{१+(ब-१)^२}}$$

(७) $$\frac{अ+क्ष+\sqrt{२अक्ष+अ^२}}{अ+क्ष-\sqrt{२अक्ष+क्ष^२}} = ब$$

$$\frac{२(अ+क्ष)}{२\sqrt{२अक्ष+क्ष^२}} = \frac{ब+१}{ब-१} \quad \therefore \frac{अ+क्ष}{\sqrt{क्ष^२+२अक्ष}} = \frac{ब+१}{ब-१}$$

वर्ग करून $\dfrac{अ^२+२अक्ष+क्ष^२}{क्ष^२+२अक्ष} = \dfrac{(ब+१)^२}{(ब-१)^२}$

$$\frac{अ^२+२अक्ष+क्ष^२}{अ^२+२अक्ष+क्ष^२-(क्ष^२+२अक्ष)} = \frac{(ब+१)^२}{(ब+१)^२-(ब-१)^२} = \frac{(ब+१)^२}{४ब}$$

$$\frac{अ^२+२अक्ष+क्ष^२}{अ^२} = \frac{(ब+१)^२}{४ब} \quad \therefore \frac{अ+क्ष}{अ} = \frac{ब+१}{२\sqrt{ब}}$$

$$अ+क्ष = अ\frac{ब+१}{२\sqrt{ब}} \quad \therefore क्ष = अ\frac{ब+१}{२\sqrt{ब}} - अ = अ\left(\frac{ब+१}{२\sqrt{ब}} - १\right)$$

$$\therefore क्ष = अ\left(\frac{ब+१-२\sqrt{ब}}{२\sqrt{ब}}\right) = \frac{अ}{२\sqrt{ब}}(\sqrt{ब}-१)^२$$

(८) $$\frac{अ+क्ष+\sqrt{अ^२+क्ष^२}}{अ+क्ष-\sqrt{अ^२+क्ष^२}} = ब$$

$$\frac{२(अ+क्ष)}{२\sqrt{अ^२+क्ष^२}} = \frac{ब+१}{ब-१} \quad \therefore \frac{अ+क्ष}{\sqrt{अ^२+क्ष^२}} = \frac{ब+१}{ब-१}$$



वर्ग करून $\frac{अ^२+२अक्ष+क्ष^२}{अ^२+क्ष^२}=\frac{(ब+१)^२}{(ब-१)^२}$

$$\frac{अ^२+२अक्ष+क्ष^२}{२(अ^२+क्ष^२)-(अ^२+२अक्ष+क्ष^२)}=\frac{(ब+१)^२}{२(ब-१)^२-(ब+१)^२}$$

$$\frac{अ^२+२अक्ष+क्ष^२}{अ^२-२अक्ष+क्ष^२}=\frac{(ब+१)^२}{ब^२-६ब+१}=\frac{(ब+१)^२}{(ब+१)^२-८ब}$$

$$\frac{अ+क्ष}{अ-क्ष}=\frac{ब+१}{\sqrt{(ब+१)^२-८ब}}=\frac{१}{\sqrt{१-\frac{८ब}{(ब+१)^२}}}$$

$$\frac{२क्ष}{अ}=\frac{१-\sqrt{१-\frac{८ब}{(ब+१)^२}}}{१+\sqrt{१-\frac{८ब}{(ब+१)^२}}}\;\therefore\; क्ष=अ\cdot\frac{१-\sqrt{१-\frac{८ब}{(ब+१)^२}}}{१+\sqrt{१-\frac{८ब}{(ब+१)^२}}}$$

(२) $क्ष-\frac{२}{\sqrt{क्ष}}=३$ ∴ $क्ष=३+\frac{२}{\sqrt{क्ष}}$ ∴ $क्ष-१=२+\frac{२}{\sqrt{क्ष}}$

$$(\sqrt{क्ष}-१)(\sqrt{क्ष}+१)=\frac{२}{\sqrt{क्ष}}(\sqrt{क्ष}+१)$$

$\sqrt{क्ष}+१$ चा बाजूंस छेद देऊन $\sqrt{क्ष}-१=\frac{२}{\sqrt{क्ष}}$

२ मिळवून $\sqrt{क्ष}+१=२+\frac{२}{\sqrt{क्ष}}=\frac{२}{\sqrt{क्ष}}(\sqrt{क्ष}+१)$

∴ $१=\frac{२}{\sqrt{क्ष}}$ ∴ $\sqrt{क्ष}=२$ ∴ $क्ष=४$

(१०) $\frac{\sqrt{\text{अ}^{२}+\text{क्ष}^{२}}-\text{अ}}{\sqrt{\text{अ}^{२}-\text{क्ष}^{२}}+\text{अ}} = \text{ब} \therefore \sqrt{\text{अ}^{२}+\text{क्ष}^{२}}-\text{अ} = \text{ब}\sqrt{\text{अ}^{२}-\text{क्ष}^{२}}+\text{अब}$

स्थानांतराने $\sqrt{\text{अ}^{२}+\text{क्ष}^{२}}-\text{ब}\sqrt{\text{अ}^{२}-\text{क्ष}^{२}} = \text{अब}+\text{अ}$

वर्गकरून $\text{अ}^{२}+\text{क्ष}^{२}-\text{२ब}\sqrt{\text{अ}^{४}-\text{क्ष}^{४}}+\text{अ}^{२}\text{ब}^{२}-\text{ब}^{२}\text{क्ष}^{२} = \text{अ}^{२}\text{ब}^{२}+\text{२अ}^{२}\text{ब}+\text{अ}^{२}$

$\text{क्ष}^{२}-\text{२ब}\sqrt{\text{अ}^{४}-\text{क्ष}^{४}}-\text{ब}^{२}\text{क्ष}^{२} = \text{२अ}^{२}\text{ब}$

स्थानांतराने $\text{क्ष}^{२}-\text{ब}^{२}\text{क्ष}^{२}-\text{२अ}^{२}\text{ब} = \text{२ब}\sqrt{\text{अ}^{४}-\text{क्ष}^{४}}$

वर्गकरून $\text{क्ष}^{४}-\text{२ब}^{२}\text{क्ष}^{४}+\text{ब}^{४}\text{क्ष}^{४}-\text{४अ}^{२}\text{बक्ष}^{२}+\text{४अ}^{२}\text{ब}^{३}\text{क्ष}^{२} = \text{४अ}^{४}\text{ब}^{२}-\text{४ब}^{२}\text{क्ष}^{४}$

स्थानांतराने $\text{क्ष}^{४}+\text{२ब}^{२}\text{क्ष}^{४}+\text{ब}^{४}\text{क्ष}^{४} = \text{४अ}^{२}\text{बक्ष}^{२}-\text{४अ}^{२}\text{ब}^{३}\text{क्ष}^{२}$

क्ष² ने भागून $\text{क्ष}^{२}+\text{२ब}^{२}\text{क्ष}^{२}+\text{ब}^{४}\text{क्ष}^{२} = \text{४अ}^{२}\text{ब}-\text{४अ}^{२}\text{ब}^{३}$

क्ष² गुणक काढून $\text{क्ष}^{२}(\text{१}+\text{२ब}^{२}+\text{ब}^{४}) = \text{४अ}^{२}\text{ब}(\text{१}-\text{ब}^{२})$

$\text{क्ष}^{२} = \frac{\text{४अ}^{२}\text{ब}(\text{१}-\text{ब}^{२})}{\text{१}+\text{२ब}^{२}+\text{ब}^{४}} \therefore \text{क्ष} = \frac{\text{२अ}\sqrt{\text{ब}}\sqrt{\text{१}-\text{ब}^{२}}}{\text{१}+\text{ब}^{२}}$

(११) $\text{क्ष}^{४}+\text{१}=\text{०}$

क्ष² याने भागून $\text{क्ष}^{२}+\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{२}}=\text{०}$

±२ मिळवून $\text{क्ष}^{२}\pm\text{२}+\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{२}} = \pm\text{२}$

वर्गमूळ काढून $\text{क्ष}\pm\frac{\text{१}}{\text{क्ष}} = \pm\sqrt{\pm\text{२}}$

म्हणजे $\text{क्ष}+\frac{\text{१}}{\text{क्ष}} = \pm\sqrt{\text{२}}$



$$क्ष - \frac{१}{क्ष} = \pm\sqrt{-२}$$

$\therefore$ बेरिजैने $२क्ष = \pm\sqrt{२} \pm \sqrt{-२}$ $\therefore$ $क्ष = \frac{१}{२}(\pm\sqrt{२} \pm \sqrt{-२}$

$$(१२)\ \frac{४क्ष+१७}{क्ष+४} + \frac{२क्ष-१२}{क्ष-५} = \frac{१०क्ष+४०}{२क्ष+७} + \frac{१०क्ष+९}{५क्ष+४}$$

$$\frac{४क्ष+१६+१}{क्ष+४} + \frac{२क्ष-१५+२}{क्ष-५} = \frac{१०क्ष+३५+५}{२क्ष+७} + \frac{१०क्ष+८+१}{५क्ष+४}$$

$$\frac{४क्ष+१६}{क्ष+४} + \frac{१}{क्ष+४} + \frac{२क्ष-१५}{क्ष-५} = \frac{१०क्ष+३५}{२क्ष+७} + \frac{५}{२क्ष+७} + \frac{१०क्ष+८}{५क्ष+४}$$

$$+ \frac{१}{५क्ष+४}$$

$$४ + \frac{१}{क्ष+४} + २ + \frac{२}{क्ष-५} = ५ + \frac{५}{२क्ष+७} + २ + \frac{१}{५क्ष+४}$$

$$\frac{१}{क्ष+४} + \frac{२}{क्ष-५} = \frac{५}{२क्ष+७} + \frac{१}{५क्ष+४}$$

$$\frac{क्ष-५+२क्ष+८}{(क्ष+४)(क्ष-५)} = \frac{२५क्ष+२०+२क्ष+७}{(२क्ष+७)(५क्ष+४)}$$

$$\frac{३क्ष+३}{क्ष^२-क्ष-२०} = \frac{२७क्ष+२७}{१०क्ष^२+४३क्ष+२८}$$

$$\therefore \frac{१०क्ष^२+४३क्ष+२८}{क्ष^२-क्ष-२०} = \frac{२७क्ष+२७}{३क्ष+३} = ९$$

$$\therefore १०क्ष^२+४३क्ष+२८ = ९क्ष^२-९क्ष-१८०$$

$क्ष^2 + ५२क्ष = -२०८ \therefore क्ष = \pm ६\sqrt{१३} - २६$

(१३) $क्ष + ४ + \sqrt{\frac{क्ष+४}{क्ष-४}} = \frac{१२}{क्ष-४}$

क्ष−४ याने भागून $\frac{क्ष+४}{क्ष-४} + \frac{१}{क्ष-४}\sqrt{\frac{क्ष+४}{क्ष-४}} = \frac{१२}{(क्ष-४)^2}$

वर्ग पूर्ण करून $\frac{क्ष+४}{क्ष-४} + \frac{१}{क्ष-४}\sqrt{\frac{क्ष+४}{क्ष-४}} + \frac{१}{४(क्ष-४)^2} = \frac{४९}{४(क्ष-४)^2}$

वर्गमूळ काढून $\sqrt{\frac{क्ष+४}{क्ष-४}} + \frac{१}{२(क्ष-४)} = \frac{७}{२(क्ष-४)}$

स्थलांतराने $\sqrt{\frac{क्ष+४}{क्ष-४}} = \frac{६}{२(क्ष-४)} = \frac{३}{क्ष-४}$

वर्ग करून $\frac{क्ष+४}{क्ष-४} = \frac{९}{(क्ष-४)^2}$

क्ष−४ चा संक्षेप देऊन $क्ष+४ = \frac{९}{क्ष-४}$

$\therefore क्ष^2 - १६ = ९ \therefore क्ष^2 = २५ \therefore क्ष = \pm ५$

(१४) $\frac{अ^4 + क्ष^4}{(अ+क्ष)^4} = ब \therefore \frac{(अ+क्ष)^4}{अ^4 + क्ष^4} = \frac{१}{ब}$

$\frac{अ^4 + ४अक्ष(अ^2 + क्ष^2) + ६अ^2क्ष^2 + क्ष^4}{अ^4 + क्ष^4} = \frac{१}{ब}$

$$\frac{\frac{\text{अ}^4}{\text{अ}^2\text{क्ष}^2}+\frac{४\text{अक्ष}(\text{अ}^2+\text{क्ष}^2)}{\text{अ}^2\text{क्ष}^2}+\frac{६\text{अ}^2\text{क्ष}^2}{\text{अ}^2\text{क्ष}^2}+\frac{\text{क्ष}^4}{\text{अ}^2\text{क्ष}^2}}{\frac{\text{अ}^4}{\text{अ}^2\text{क्ष}^2}+\frac{\text{क्ष}^4}{\text{अ}^2\text{क्ष}^2}}=\frac{१}{\text{ब}}$$

$$\frac{\frac{\text{अ}^2}{\text{क्ष}^2}+\frac{४(\text{अ}^2+\text{क्ष}^2)}{\text{अक्ष}}+६+\frac{\text{क्ष}^2}{\text{अ}^2}}{\frac{\text{अ}^2}{\text{क्ष}^2}+\frac{\text{क्ष}^2}{\text{अ}^2}}=\frac{१}{\text{ब}}$$

$$\frac{\frac{\text{अ}^2}{\text{क्ष}^2}+\frac{\text{क्ष}^2}{\text{अ}^2}+४\left(\frac{\text{अ}^2}{\text{अक्ष}}+\frac{\text{क्ष}^2}{\text{अक्ष}}\right)+६}{\frac{\text{अ}^2}{\text{क्ष}^2}+\frac{\text{क्ष}^2}{\text{अ}^2}}=\frac{१}{\text{ब}}$$

$$\frac{\left(\frac{\text{अ}^2}{\text{क्ष}^2}+\frac{\text{क्ष}^2}{\text{अ}^2}\right)+४\left(\frac{\text{अ}}{\text{क्ष}}+\frac{\text{क्ष}}{\text{अ}}\right)+६}{\frac{\text{अ}^2}{\text{क्ष}^2}+\frac{\text{क्ष}^2}{\text{अ}^2}}=\frac{१}{\text{ब}}$$

$$\frac{\frac{\text{अ}^2}{\text{क्ष}^2}+\frac{\text{क्ष}^2}{\text{अ}^2}+२+४\left(\frac{\text{अ}}{\text{क्ष}}+\frac{\text{क्ष}}{\text{अ}}\right)+४}{\frac{\text{अ}^2}{\text{क्ष}^2}+\frac{\text{क्ष}^2}{\text{अ}^2}+२-२}=\frac{१}{\text{ब}}$$

$$\frac{\left(\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}\right)^{२}+४\left(\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}\right)+४}{\left(\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}\right)^{२}-२}=\frac{१}{ब}$$

$$\frac{१}{ब}\left(\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}\right)^{२}-\frac{२}{ब}=\left(\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}\right)^{२}+४\left(\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}\right)+४$$

स्थळांतरानें $\left(\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}\right)^{२}\left(\frac{१}{ब}-१\right)-४\left(\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}\right)=४+\frac{२}{ब}$

$$\left(\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}\right)^{२}-\frac{४}{\frac{१}{ब}-१}\left(\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}\right)=\frac{४+\frac{२}{ब}}{\frac{१}{ब}-१}$$

$$\therefore \frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}=\frac{१}{१-ब}\left(२ब+\sqrt{२(१+ब)}\right)=म$$

$$\frac{अ}{क्ष}+\frac{क्ष}{अ}=म \therefore अ^{२}+क्ष^{२}=अमक्ष$$

$$क्ष^{२}-अमक्ष=-अ^{२} \therefore क्ष=\frac{अ}{२}\left(म+\sqrt{म^{२}-४}\right)$$

(१५) $\sqrt[५]{(अ+क्ष)^{२}}-२\sqrt[५]{(अ+क्ष)^{२}}=\sqrt{अ^{२}-क्ष^{२}}$

$$(अ+क्ष)^{\frac{२}{५}}-२(अ-क्ष)^{\frac{२}{५}}=(अ^{२}-क्ष^{२})^{\frac{१}{५}}=(अ+क्ष)^{\frac{१}{५}}(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}$$

$$\frac{(अ+क्ष)^{\frac{२}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{२}{५}}}-२\frac{(अ-क्ष)^{\frac{२}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{२}{५}}}=\frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{५}}(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{२}{५}}}=\frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{५}}(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}}$$

$$\frac{(अ+क्ष)^{\frac{२}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{२}{५}}} - २ = \frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}} \therefore स्थ० \frac{(अ+क्ष)^{\frac{२}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{२}{५}}} - \frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}} = २$$

वर्गपूर्णकरून $\frac{(अ+क्ष)^{\frac{२}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{२}{५}}} - \frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}} + \frac{१}{४} = २ + \frac{१}{४} = \frac{९}{४}$

वर्गमूळकाढून $\frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}} - \frac{१}{२} = \pm \frac{३}{२}$

स्थळांतरानें $\frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}} = \pm \frac{३}{२} + \frac{१}{२} = २$ अथवा -१

जर $\frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}} = २$ तर $\frac{अ+क्ष}{अ-क्ष} = ३२ \therefore क्ष = \frac{३१अ}{अ}$

आणिजर $\frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{५}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{५}}} = -१$ तर $\frac{अ+क्ष}{अ-क्ष} = -१$ हें अशक्य

(१६) $(अ+क्ष)^{\frac{२}{३}} + ४(अ-क्ष)^{\frac{२}{३}} = ५(अ^२-क्ष^२)^{\frac{१}{३}}$

$$\frac{(अ+क्ष)^{\frac{२}{३}}}{(अ^२-क्ष^२)^{\frac{१}{३}}} + ४\frac{(अ-क्ष)^{\frac{२}{३}}}{(अ^२-क्ष^२)^{\frac{१}{३}}} = ५$$

$$\frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{३}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{३}}} + ४\,\frac{(अ-क्ष)^{\frac{१}{३}}}{(अ+क्ष)^{\frac{१}{३}}} = ५$$

$$\frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{३}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{३}}} + ४\,\frac{(अ-क्ष)^{\frac{१}{३}}}{(अ+क्ष)^{\frac{१}{३}}} + ४ = ९ \quad \text{चारमिळऊन}$$

$$\frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{३}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{३}}} + ४\,\frac{(अ-क्ष)^{\frac{१}{३}}}{(अ+क्ष)^{\frac{१}{३}}} - ४ = १ \quad \text{चारवजाकरून}$$

वर्गमूळकाढून $\dfrac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{६}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{६}}} + २\,\dfrac{(अ-क्ष)^{\frac{१}{६}}}{(अ+क्ष)^{\frac{१}{६}}} = ३$

$$\frac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{६}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{६}}} - २\,\frac{(अ-क्ष)^{\frac{१}{६}}}{(अ+क्ष)^{\frac{१}{६}}} = १$$

बेरिजघेऊन $\dfrac{२(अ+क्ष)^{\frac{१}{६}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{६}}} = ४ \;\therefore\; \dfrac{(अ+क्ष)^{\frac{१}{६}}}{(अ-क्ष)^{\frac{१}{६}}} = २ \;\therefore\; क्ष = \dfrac{६३अ}{६५}$

(१७) $\sqrt[३]{१+क्ष} + \sqrt[३]{१-क्ष} = \sqrt[३]{२}$

घनकरून $१+क्ष + ३\sqrt[३]{१+क्ष}\cdot\sqrt[३]{१-क्ष}\,(\sqrt[३]{१+क्ष}+\sqrt[३]{१-क्ष}) + १-क्ष = २$

स्थळांतराने $३\sqrt[३]{१+क्ष}\sqrt[३]{१-क्ष}\,(\sqrt[३]{१+क्ष}+\sqrt[३]{१-क्ष}) = २-१-१ = ०$

$\therefore ३\sqrt[3]{१+क्ष}\sqrt[3]{१-क्ष} = \frac{०}{\sqrt[3]{२}} = ०$ कारण $\sqrt[3]{१+क्ष} + \sqrt[3]{१-क्ष} = \sqrt[3]{२}$

$\therefore \sqrt[3]{१+क्ष}\sqrt[3]{१-क्ष} = \frac{०}{३} = ० \quad \therefore \sqrt[3]{१+क्ष} = ०$ अथवा $\sqrt[3]{१-क्ष} = ०$

$\therefore क्ष = -१$ अथवा $क्ष = १$

(१८) $\sqrt[3]{१-क्ष+क्ष^2} = \sqrt[3]{क्ष} + \sqrt[3]{१+क्ष+क्ष^2}$

स्थलांतराने $\sqrt[3]{१-क्ष+क्ष^2} - \sqrt[3]{१+क्ष+क्ष^2} = \sqrt[3]{क्ष}$

$(१-क्ष+क्ष^2) - ३\sqrt[3]{१-क्ष+क्ष^2}\,\sqrt[3]{१+क्ष+क्ष^2} \times \sqrt[3]{क्ष} - (१+क्ष+क्ष^2) = क्ष$

$-३\sqrt[3]{(१+क्ष^2)^2 - क्ष^2} \times \sqrt[3]{क्ष} = क्ष + (१+क्ष+क्ष^2) - १ + क्ष - क्ष^2$

$-३\sqrt[3]{१+क्ष^2+क्ष^4} \times \sqrt[3]{क्ष} = ३क्ष \quad \therefore \sqrt[3]{क्ष} = ० \quad \therefore क्ष = ०$

$\sqrt[3]{१+क्ष^2+क्ष^4} = \frac{३क्ष}{-३\sqrt[3]{क्ष}} = -\sqrt[3]{क्ष^2}$

घनकरून $१+क्ष^2+क्ष^4 = -क्ष^2 \quad \therefore १+२क्ष^2+क्ष^4 = ० \quad \therefore १+क्ष^2 = ०$

$\therefore क्ष^2 = -१ \quad \therefore क्ष = \pm\sqrt{-१}$

(१९) $क्ष^2 - \frac{२}{३क्ष} = १\frac{४}{९} \quad \therefore क्ष^2 - \frac{४}{९} = १ + \frac{२}{३क्ष}$

$\left(क्ष+\frac{२}{३}\right)\left(क्ष-\frac{२}{३}\right) = \frac{१}{क्ष}\left(क्ष+\frac{२}{३}\right) \quad \therefore क्ष+\frac{२}{३} = ० \quad \therefore क्ष = -\frac{२}{३}$

अथवा $क्ष - \frac{२}{३} = \frac{१}{क्ष}$ $\therefore क्ष^२ - \frac{२क्ष}{३} = १$ $\therefore क्ष = \frac{१}{३}(१ \pm \sqrt{१०})$

(२०) $क्ष^२ + \frac{१}{क्ष^२} = २५\frac{५}{१६} - क्ष - \frac{१}{क्ष}$

स्थलांतराने $क्ष^२ + \frac{१}{क्ष^२} + क्ष + \frac{१}{क्ष} = २५\frac{५}{१६}$ कारण $\frac{१}{क्ष} = \frac{१}{क्ष}$

२ मिळवून $क्ष^२ + २ + \frac{१}{क्ष^२} + क्ष + \frac{१}{क्ष} = २७\frac{५}{१६}$

$\left(क्ष + \frac{१}{क्ष}\right)^२ + \left(क्ष + \frac{१}{क्ष}\right) = २७\frac{५}{१६}$ या वर्गसमीकरणा

वरून $क्ष + \frac{१}{क्ष} = \frac{१९}{४}$ $\therefore क्ष^२ + १ = \frac{१९क्ष}{४}$ $\therefore क्ष^२ - \frac{१९क्ष}{४} = -१$

$\therefore क्ष = \frac{१}{८}(१९ \pm ३\sqrt{३३})$

(२१) $\frac{अ + क्ष - \sqrt{अ^२ - क्ष^२}}{अ + क्ष + \sqrt{अ^२ - क्ष^२}} = \frac{ब}{क्ष}$

$\frac{\sqrt{अ+क्ष}\cdot\sqrt{अ+क्ष} - \sqrt{अ+क्ष}\cdot\sqrt{अ-क्ष}}{\sqrt{अ+क्ष}\cdot\sqrt{अ+क्ष} + \sqrt{अ+क्ष}\sqrt{अ-क्ष}}$

$\therefore \frac{\sqrt{अ+क्ष} - \sqrt{अ-क्ष}}{\sqrt{अ+क्ष} + \sqrt{अ-क्ष}} = \frac{ब}{क्ष}$ $\sqrt{अ+क्ष}$ ने संक्षेप करून

$$\frac{\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}-\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}}{(\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}+\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}})} = \frac{\text{२ब}}{(\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}+\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}})(\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}-\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}})}$$

$\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}+\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}$ चा संक्षेप देऊन $\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}-\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}} = \frac{\text{२ब}}{\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}-\sqrt{\text{अ}-\text{क्ष}}}$

छेद सोडून $\text{अ}+\text{क्ष}-\text{२}\sqrt{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2}+\text{अ}-\text{क्ष} = \text{२ब}$

स्थलांतराने $-\text{२}\sqrt{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2} = -\text{२ब}-\text{२अ}$ $\therefore \sqrt{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2} = \text{अ}-\text{ब}$

वर्ग करून $\text{अ}^2-\text{क्ष}^2 = \text{अ}^2-\text{२अब}+\text{ब}^2$ $\therefore \text{क्ष}^2 = \text{२अब}-\text{ब}^2$

(२२) $$\frac{\text{अ}-\sqrt{\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^2}}{\text{अ}+\sqrt{\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^2}} = \frac{\text{क्ष}}{\text{अ}-\text{क्ष}}$$

$$\frac{\text{अ}-\sqrt{\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^2}}{\text{अ}-\sqrt{\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^2}} \times \frac{\text{अ}-\sqrt{\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^2}}{\text{अ}-\sqrt{\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^2}} = \frac{\text{क्ष}}{\text{अ}-\text{क्ष}}$$

$$\frac{(\text{अ}-\sqrt{\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^2})^2}{\text{अ}^2-(\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^2)} = \frac{\text{क्ष}}{\text{अ}-\text{क्ष}}$$

$$(\text{अ}-\sqrt{\text{२अक्ष}-\text{क्ष}^2})^2 = \frac{\text{क्ष}(\text{अ}^2-\text{२अक्ष}+\text{क्ष}^2)}{\text{अ}-\text{क्ष}} = \text{क्ष}(\text{अ}-\text{क्ष})$$

$अ_१ - २अ\sqrt{२अक्ष - क्ष^२} + २अक्ष_१ - क्ष^२ = अक्ष - क्ष^२$

स्थलांतराने $-२अ\sqrt{२अक्ष - क्ष^२} = अक्ष - २अक्ष_१ - अ_१^२ = -अक्ष - अ^२$

$-अ$ने भागून $२\sqrt{२अक्ष - क्ष^२} = क्ष + अ$

$\therefore ४\sqrt{२अक्ष - क्ष^२_१} = २क्ष + २अ = (२अ - क्ष) + ३क्ष_१$

स्थलांतराने $(२अ - क्ष) - ४\ क्ष\sqrt{२अ - क्ष_१} = -३क्ष_१$

वर्गपूर्ण करून $(२अ - क्ष)\ ४\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ - क्ष} + ४\ क्ष = क्ष$

वर्गमूळ काढून $\sqrt{२अ - क्ष} - २\sqrt{क्ष} = \sqrt{क्ष} \quad \therefore \sqrt{२अ - क्ष} = ३क्ष$

$\therefore २अ - क्ष = ९क्ष \quad \therefore १०क्ष = २अ \quad \therefore क्ष = \frac{अ}{५}$

जेव्हा $\sqrt{२अ - क्ष} - २\sqrt{क्ष} = -\sqrt{क्ष} \quad \therefore \sqrt{२अ - क्ष} = \sqrt{क्ष} \quad \therefore क्ष = अ$

(२३) $\frac{अ + क्ष}{\sqrt{अ - क्ष}} + \frac{अ - क्ष}{\sqrt{अ + क्ष}} = २\sqrt{अ}$

छेद तोडून $(अ + क्ष)^{\frac{३}{२}} + (अ - क्ष)^{\frac{३}{२}} = २\sqrt{अ}\sqrt{अ^२ - क्ष^२}$

वर्ग करून $(अ + क्ष)^३ + (अ - क्ष)^३ + २(अ^२ - क्ष^२)^{\frac{३}{२}} = ४अ(अ^२ - क्ष^२)$

$$\begin{cases} अ^3 + ३ अ^2क्ष + ३ अक्ष^2 + क्ष^3 + अ^3 - ३ अ^2क्ष + ३ अक्ष^2 - क्ष^3 + २ \times \\ (अ^2 - क्ष^2)^{\frac{3}{2}} = ४अ^3 - ४ अक्ष^2 \end{cases}$$

स्थळांतरानें $२(अ^2 - क्ष^2)^{\frac{3}{2}} = ४अ^3 - ४ अक्ष^2 - ६ अक्ष^2 - २अ^3$

$$= २अ^3 - १० अक्ष^2$$

२नीने भागून $(अ^2 - क्ष^2)^{\frac{3}{2}} = अ^3 - ५अक्ष^2$

वर्गकरून $(अ^2 - क्ष^2)^3 = अ^6 - १०अ^4क्ष^2 + २५अ^2क्ष^4$

$$अ^6 - ३अ^4क्ष^2 + ३अ^2क्ष^4 - क्ष^6 = अ^6 - १० अ^4क्ष^2 + २५अ^2क्ष^4$$

स्थळांतरानें $-क्ष^6 + ३अ^2क्ष^4 - २५अ^2क्ष^4 = -१०अ^4क्ष^2 + ३अ^4क्ष^2$

क्ष² नेंभागून $-क्ष^4 - २२ अ^2क्ष^2 = -७ अ^4$

$$\therefore क्ष^4 + २२अ^2क्ष^2 = ७अ^4 \quad \therefore क्ष^2 = अ^2(\pm ८\sqrt{२} - ११)$$

$$\therefore क्ष = \pm अ \sqrt{\pm ८\sqrt{२} - ११}$$

(२४) $$\frac{२४३ + ३२४\sqrt{३क्ष}}{१६क्ष - ३} = (४\sqrt{क्ष} + \sqrt{३})^2$$

$$\frac{८१\sqrt{३}(\sqrt{३} + ४\sqrt{क्ष})}{(४\sqrt{क्ष} - \sqrt{३})(४\sqrt{क्ष} + \sqrt{३})} = (४\sqrt{क्ष} - \sqrt{३})^2$$

$$\therefore \frac{८१\sqrt{३}}{४\sqrt{\text{क्ष}}-\sqrt{३}} = (४\sqrt{\text{क्ष}}-\sqrt{३})^२ \therefore ८१\sqrt{३} = (४\sqrt{\text{क्ष}}-\sqrt{३})^३$$

घनमूळ काढून $३\sqrt{३} = ४\sqrt{\text{क्ष}} - \sqrt{३} \therefore ४\sqrt{\text{क्ष}} = ४\sqrt{३} \therefore \text{क्ष} = ३$

$$(२५)\ \frac{(१+\text{क्ष}^३)}{(१+\text{क्ष})^३} + \frac{(१-\text{क्ष}^३)}{(१-\text{क्ष})^३} = \text{अ}$$

$$\frac{(१-\text{क्ष}+\text{क्ष}^२)(१+\text{क्ष})}{(१+\text{क्ष})^२(१+\text{क्ष})} + \frac{(१+\text{क्ष}+\text{क्ष}^२)(१-\text{क्ष})}{(१-\text{क्ष})^२(१-\text{क्ष})} = \text{अ}$$

$$\frac{१-\text{क्ष}+\text{क्ष}^२}{(१+\text{क्ष})^२} + \frac{१+\text{क्ष}+\text{क्ष}^२}{(१-\text{क्ष})^२} = \text{अ}$$

$$\frac{(१+\text{क्ष}^२+२\text{क्ष})-३\text{क्ष}}{(१+\text{क्ष})^२} + \frac{१+\text{क्ष}^२-२\text{क्ष}+३\text{क्ष}}{(१-\text{क्ष})^२} = \text{अ}$$

$$\frac{१+\text{क्ष}^२+२\text{क्ष}}{(१+\text{क्ष})^२} - \frac{३\text{क्ष}}{(१+\text{क्ष})^२} + \frac{१+\text{क्ष}^२-२\text{क्ष}}{(१-\text{क्ष})^२} + \frac{३\text{क्ष}}{(१-\text{क्ष})^२} = \text{अ}$$

स्थळांतराने $\frac{-३\text{क्ष}}{(१+\text{क्ष})^२} + \frac{३\text{क्ष}}{(१-\text{क्ष})^२} = \text{अ} - \frac{१+\text{क्ष}^२+२\text{क्ष}}{(१+\text{क्ष})^२} - \frac{१+\text{क्ष}^२-२\text{क्ष}}{(१+\text{क्ष})^२}$

$$= \text{अ} - १ - १ = \text{अ} - २$$

$$-३\text{क्ष}(१-\text{क्ष})^२ + ३\text{क्ष}(१+\text{क्ष})^२ = (\text{अ}-२)(१-\text{क्ष}^२)^२$$

$-\text{३क्ष} + \text{६क्ष}^{२} - \text{३क्ष}^{३} + \text{३क्ष} + \text{६क्ष}^{२} + \text{३क्ष}^{३} = (\text{अ}-\text{२})(\text{१}-\text{क्ष}^{२})^{२}$

$\text{१२क्ष}^{२} = (\text{अ}-\text{२})(\text{१}-\text{क्ष}^{२})^{२}$ ∴

वर्गमूळकाढून $\text{२क्ष}\sqrt{\text{३}} = \sqrt{\text{अ}-\text{२}}\,(\text{१}-\text{क्ष}^{२}) = \sqrt{\text{अ}-\text{२}} - \text{क्ष}^{२}\sqrt{\text{अ}-\text{२}}$

∴ $\text{क्ष}^{२}\sqrt{\text{अ}-\text{२}} + \text{२क्ष}\sqrt{\text{३}} = \sqrt{\text{अ}-\text{२}}$ ∴ $\text{क्ष}^{२} + \frac{\text{२}\times\sqrt{\text{३}}}{\sqrt{\text{अ}-\text{२}}}\cdot\text{क्ष} = \text{१}$

∴ $\text{क्ष} = \frac{\pm\sqrt{\text{अ}+\text{१}} - \sqrt{\text{३}}}{\sqrt{\text{अ}-\text{२}}}$

(२६) $\frac{(\text{१}+\text{क्ष})^{२}}{(\text{१}+\text{क्ष})^{३}} + \frac{(\text{१}-\text{क्ष})^{२}}{(\text{१}-\text{क्ष})^{३}} = \text{ब}$

$\frac{\text{१}}{\text{१}+\text{क्ष}} + \frac{\text{१}}{\text{१}-\text{क्ष}} = \text{ब}$ ∴ $\frac{\text{१}-\text{क्ष}+\text{१}+\text{क्ष}}{\text{१}-\text{क्ष}^{२}} = \text{ब}$

$\frac{\text{२}}{\text{१}-\text{क्ष}^{२}} = \text{ब}$ ∴ $\text{१}-\text{क्ष}^{२} = \frac{\text{२}}{\text{ब}}$ ∴ $\text{क्ष}^{२} = \text{१} - \frac{\text{२}}{\text{ब}}$ ∴ $\text{क्ष} = \pm\sqrt{\frac{\text{ब}-\text{२}}{\text{ब}}}$

(२७) $\frac{\text{२अ}\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{२}}}{\text{१}-\text{क्ष}+\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{२}}} = \text{अ}+\text{ब}$

∴ $\text{२अ} - \frac{\text{२अ}\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{२}}}{\text{१}-\text{क्ष}+\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{२}}} = \text{२अ} - (\text{अ}+\text{ब})$

$$\frac{\text{२अ}(\text{१}-\text{क्ष})+\text{२अ}\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{2}}-\text{२अ}\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{2}}}{\text{१}-\text{क्ष}+\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{2}}}=\text{अ}-\text{ब}$$

$$\frac{\text{२अ}(\text{१}-\text{क्ष})}{\text{१}-\text{क्ष}+\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{2}}}=\text{अ}-\text{ब}\ \therefore\ \frac{\text{२अ}}{\text{अ}-\text{ब}}=\frac{\text{१}-\text{क्ष}+\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{2}}}{\text{१}-\text{क्ष}}$$

$$\frac{\text{२अ}}{\text{अ}-\text{ब}}=\frac{\text{१}-\text{क्ष}}{\text{१}-\text{क्ष}}+\frac{\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{2}}}{\text{१}-\text{क्ष}}=\text{१}+\frac{\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}^{2}-\text{२क्ष}+\text{२क्ष}}}{\text{१}-\text{क्ष}}$$

स्थळांतरानें $\sqrt{\frac{(\text{१}-\text{२क्ष}+\text{क्ष}^{2})}{(\text{१}-\text{क्ष})^{2}}+\frac{\text{२क्ष}}{(\text{१}-\text{क्ष})^{2}}}=\frac{\text{२अ}}{\text{अ}-\text{ब}}-\text{१}=\frac{\text{अ}+\text{ब}}{\text{अ}-\text{ब}}$

वर्गकरून $\frac{\text{१}-\text{२क्ष}+\text{क्ष}^{2}}{(\text{१}-\text{क्ष})^{2}}+\frac{\text{२क्ष}}{(\text{१}-\text{क्ष})^{2}}=\frac{(\text{अ}+\text{ब})^{2}}{(\text{अ}-\text{ब})^{2}}$

स्थळांतरानें $\frac{\text{२क्ष}}{(\text{१}-\text{क्ष})^{2}}=\frac{(\text{अ}+\text{ब})^{2}}{(\text{अ}-\text{ब})^{2}}-\text{१}=\frac{(\text{अ}+\text{ब})^{2}-(\text{अ}-\text{ब})^{2}}{(\text{अ}-\text{ब})^{2}}=\frac{\text{४अब}}{(\text{अ}-\text{ब})^{2}}$

$$\therefore\ \frac{\text{४क्ष}}{(\text{१}-\text{क्ष})^{2}}=\frac{\text{८अब}}{(\text{अ}-\text{ब})^{2}}\ \therefore\ \frac{\text{४क्ष}+(\text{१}-\text{क्ष})^{2}}{(\text{१}-\text{क्ष})^{2}}=\frac{\text{८अब}+(\text{अ}-\text{ब})^{2}}{(\text{अ}-\text{ब})^{2}}$$

$$\therefore\ \frac{(\text{१}+\text{क्ष})^{2}}{(\text{१}-\text{क्ष})^{2}}=\frac{(\text{अ}+\text{ब})^{2}+\text{४अब}}{(\text{अ}-\text{ब})^{2}}\ \therefore\ \frac{\text{१}+\text{क्ष}}{\text{१}-\text{क्ष}}=\frac{\sqrt{(\text{अ}+\text{ब})^{2}+\text{४अब}}}{\text{अ}-\text{ब}}$$

$$\frac{\text{२क्ष}}{\text{२}}=\frac{\sqrt{(\text{अ}+\text{ब})^{2}+\text{४अब}}-(\text{अ}-\text{ब})}{\sqrt{(\text{अ}+\text{ब})^{2}+\text{४अब}}+(\text{अ}-\text{ब})}$$

(२८) $क्ष^{2}(अ+क्ष)+बक्ष(अ+क्ष)=ब-(क्ष+२ब)$

$क्ष(अ+क्ष)(क्ष+ब)=ब-क्ष-२ब=-क्ष-ब$

स्थळांतरानें $क्ष(अ+क्ष)(क्ष+ब)+क्ष+ब=०$

$(क्ष+ब)(क्ष(अ+क्ष)+१)=० \therefore क्ष+ब=\frac{०}{क्ष(अ+क्ष)+१}$

$\therefore क्ष+ब=०$ अथवा $क्ष(अ+क्ष)+१=०$

जर $क्ष+ब=०$ तर $क्ष=-ब$ आणि जर $क्ष(अ+क्ष)+१=०$

तर $क्ष^{2}+अक्ष=-१ \therefore क्ष=\frac{१}{२}\left(\pm\sqrt{अ^{2}-४}-अ\right)$

(२९) $\frac{१+क्ष^{3}}{(१+क्ष)}+\frac{१-क्ष^{3}}{(१-क्ष)}=अ$

$$\frac{१-क्ष+क्ष^{2}}{१+क्ष}+\frac{१+क्ष+क्ष^{2}}{१-क्ष}=अ$$

$$\frac{(१-क्ष)^{2}+क्ष^{2}(१-क्ष)+(१+क्ष)^{2}+क्ष^{2}(१+क्ष)}{(१+क्ष)(१-क्ष)}=अ$$

$$\frac{१-२क्ष+क्ष^{2}+क्ष^{2}-क्ष^{3}+१+२क्ष+क्ष^{2}+क्ष^{2}+क्ष^{3}}{१-क्ष^{2}}=अ$$

$\frac{२+४क्ष^२}{१-क्ष^२}$ = अ ∴ २+४क्ष^२ = अ - अक्ष^२ ∴ क्ष^२(अ+४) = अ-२

(३०) $\sqrt{(१+क्ष)^२ - अक्ष} + \sqrt{(१-क्ष)^२ + अक्ष}$ = क्ष

स्थळांतरानें $\sqrt{(१+क्ष)^२ - अक्ष}$ = क्ष - $\sqrt{(१-क्ष)^२ + अक्ष}$

वर्गकरून (१+क्ष)^२ - अक्ष = क्ष^२ - २क्ष$\sqrt{(१-क्ष)^२+अक्ष}$ + (१-क्ष)^२ + अक्ष

स्थळांतरानें २क्ष$\sqrt{(१-क्ष)^२+अक्ष}$ = क्ष^२ + (१-क्ष)^२ - (१+क्ष)^२ + २अक्ष

∴ २क्ष$\sqrt{(१-क्ष)^२+अक्ष}$ = क्ष^२ + १ - २क्ष + क्ष^२ - १ - २क्ष - क्ष^२ + २अक्ष

२क्ष$\sqrt{(१-क्ष)^२+अक्ष}$ = क्ष^२ - ४क्ष + २अक्ष ∴ क्ष = ०

२क्षनें भागून $\sqrt{(१-क्ष)^२+अक्ष}$ = $\frac{क्ष}{२}$ - २ + अ

वर्गकरून (१-क्ष)^२ + अक्ष = $\frac{क्ष^२}{४}$ - २क्ष + ४ + अ^२ + अक्ष - ४अ

∴ १ - २क्ष + क्ष^२ = $\frac{क्ष^२}{४}$ - २क्ष + ४ + अ^२ - ४अ

क्ष^२ - $\frac{क्ष^२}{४}$ = ३ + अ^२ - ४अ ∴ $\frac{३क्ष^२}{४}$ = ३ + अ^२ - ४अ

∴ $\frac{क्ष\sqrt{३}}{२} = \pm\sqrt{३+अ^२-४अ}$ ∴ क्ष = $\pm\frac{२}{\sqrt{३}}\sqrt{३+अ^२-४अ}$

(३१) $\sqrt{\text{क्ष}} - \frac{८}{\text{क्ष}} = \frac{७}{\sqrt{\text{क्ष}-२}}$

दोहोंकडे $-\frac{७}{२}$ मिळवून $\sqrt{\text{क्ष}} - \frac{७}{२} - \frac{८}{\text{क्ष}} = -\frac{७}{२} + \frac{७}{\sqrt{\text{क्ष}-२}}$

$\therefore \sqrt{\text{क्ष}} - ४ + \frac{१}{२} - \frac{८}{\text{क्ष}} = -\frac{७}{२} + \frac{७}{२} \times \frac{२}{\sqrt{\text{क्ष}-२}}$ कारण $\frac{७}{२} \times \frac{२}{\sqrt{\text{क्ष}-२}} = \frac{७}{\sqrt{\text{क्ष}-२}}$

$(\sqrt{\text{क्ष}} - ४) + \frac{\text{क्ष}}{२\text{क्ष}} - \frac{१६}{२\text{क्ष}} = -\frac{७}{२}\left(१ - \frac{२}{\sqrt{\text{क्ष}-२}}\right)$ कारण $\frac{१}{२} = \frac{\text{क्ष}}{२\text{क्ष}}$

$(\sqrt{\text{क्ष}} - ४) + \frac{१}{२\text{क्ष}}(\text{क्ष} - १६) = -\frac{७}{२}\left(\frac{\sqrt{\text{क्ष}-२} - २}{\sqrt{\text{क्ष}-२}}\right)$

$(\sqrt{\text{क्ष}} - ४) + \frac{१}{२\text{क्ष}}(\sqrt{\text{क्ष}} + ४)(\sqrt{\text{क्ष}} - ४) = -\frac{७}{२}\left(\frac{\sqrt{\text{क्ष}} - ४}{\sqrt{\text{क्ष}-२}}\right)$

$\therefore १ + \frac{१}{२\text{क्ष}}(\sqrt{\text{क्ष}} + ४) = -\frac{७}{२} \times \frac{१}{\sqrt{\text{क्ष}-२}}$ अथवा $\sqrt{\text{क्ष}} - ४ = ०$

$२\text{क्ष} + \sqrt{\text{क्ष}} + ४ = \frac{-७\text{क्ष}}{\sqrt{\text{क्ष}-२}} \therefore २\text{क्ष} - २\sqrt{\text{क्ष}} + ३\sqrt{\text{क्ष}} + ४ = -\frac{७\text{क्ष}}{\sqrt{\text{क्ष}-२}}$

-७ दोहोबाजूस मिळवून $२\text{क्ष} - २\sqrt{\text{क्ष}} + ३\sqrt{\text{क्ष}} - ३ = -\frac{७\text{क्ष}}{\sqrt{\text{क्ष}-२}} - ७$

$२\sqrt{\text{क्ष}}(\sqrt{\text{क्ष}} - १) + ३(\sqrt{\text{क्ष}} - १) = -७\left(\frac{\text{क्ष}}{\sqrt{\text{क्ष}-२}} + १\right)$

$(\sqrt{\text{क्ष}} - १)(२\sqrt{\text{क्ष}} + ३) = -७\left(\frac{\text{क्ष} + \sqrt{\text{क्ष}-२}}{\sqrt{\text{क्ष}-२}}\right)$

$(\sqrt{\text{क्ष}}-१)(२\sqrt{\text{क्ष}}+३) = -\frac{७}{\sqrt{\text{क्ष}}-२}(\sqrt{\text{क्ष}}-१)(\sqrt{\text{क्ष}}+२)$

$२\sqrt{\text{क्ष}}+३ = -\frac{७}{\sqrt{\text{क्ष}}-२} \times (\sqrt{\text{क्ष}}+२)$ अथवा $\sqrt{\text{क्ष}}-१=० \therefore \text{क्ष}=१$

$२\text{क्ष}+३\sqrt{\text{क्ष}}-४\sqrt{\text{क्ष}}-६ = -७\sqrt{\text{क्ष}}-१४$ छेदसोडून

$२\text{क्ष}+६\sqrt{\text{क्ष}} = -८ \therefore \text{क्ष}+३\sqrt{\text{क्ष}} = -४ \therefore \text{क्ष} = \frac{१}{४}(\pm\sqrt{-७}-३)^२$

(३२) $\frac{\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}^२-\text{अ}^२}}{\text{क्ष}-\sqrt{\text{क्ष}^२-\text{अ}^२}} = \frac{\text{क्ष}}{\text{अ}} \therefore \text{अक्ष}+\text{अ}\sqrt{\text{क्ष}^२-\text{अ}^२} = \text{क्ष}^२-\text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}^२-\text{अ}^२}$

स्थलांतरानें $\text{अ}\sqrt{\text{क्ष}^२-\text{अ}^२}+\text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}^२-\text{अ}^२} = \text{क्ष}^२-\text{अक्ष}$

$\therefore \sqrt{\text{क्ष}^२-\text{अ}^२}(\text{अ}+\text{क्ष}) = \text{क्ष}(\text{क्ष}-\text{अ}) \therefore (\text{क्ष}^२-\text{अ}^२)(\text{अ}+\text{क्ष})^२ = \text{क्ष}^२(\text{क्ष}-\text{अ})^२$

$\therefore (\text{क्ष}+\text{अ})(\text{अ}+\text{क्ष})^२ = \text{क्ष}^२(\text{क्ष}-\text{अ})$ अथवा $\text{क्ष}-\text{अ}=० \therefore \text{क्ष}=\text{अ}$

$\therefore (\text{क्ष}+\text{अ})^३ = \text{क्ष}^२(\text{क्ष}-\text{अ}) \therefore \text{क्ष}^२+\frac{३\text{अक्ष}}{४} = -\frac{\text{अ}^२}{४}$

(३३) $\sqrt{१+\text{अ}}\cdot\sqrt{१-\text{क्ष}}-\sqrt{१-\text{अ}}\cdot\sqrt{१+\text{क्ष}} = २\text{अ}$

$(१+\text{अ})(१-\text{क्ष})-२\sqrt{१-\text{अ}^२}\sqrt{१-\text{क्ष}^२}+(१-\text{अ})(१+\text{क्ष}) = ४\text{अ}^२,$

$$२\sqrt{१-अ^2}\sqrt{१-क्ष^2} = (१+अ)(१-क्ष)+(१-अ)(१+क्ष)-४अ^2$$

$$=१+अ-क्ष-अक्ष+१-अ+क्ष-अक्ष-४अ^2$$

$$\therefore २\sqrt{१-अ^2}\sqrt{१-क्ष^2} = २-२अक्ष-४अ^2$$

$$\sqrt{१-अ^2}\sqrt{१-क्ष^2} = १-अक्ष-२अ^2$$

$$१-क्ष^2-अ^2+अ^2क्ष^2 = १-२अक्ष+अ^2क्ष^2+४अ^4-४अ^2-४अ^3क्ष$$

$$\therefore क्ष^2-२(अ-२अ^3)क्ष = ३अ^2-४अ^4$$

$$\therefore क्ष = ३अ-४अ^3 \text{ अथवा } -अ$$

(२४) $$\frac{क्ष}{(अ+क्ष)}+\frac{अ}{\sqrt{अ+क्ष}} = \frac{२अ^2}{क्ष}$$

क्षनें गुणून $$\frac{क्ष^2}{अ+क्ष}+अ\cdot\frac{क्ष}{\sqrt{अ+क्ष}} = २अ^2$$

वर्गपूर्ण करून $$\frac{क्ष^2}{अ+क्ष}+अ\frac{क्ष}{\sqrt{अ+क्ष}}+\frac{अ^2}{४} = \frac{९अ^2}{४}$$

वर्गमूळकाढून $\frac{\text{क्ष}}{\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}} + \frac{\text{अ}}{२} = \pm \frac{३\text{अ}}{२} \therefore \frac{\text{क्ष}}{\sqrt{\text{अ}+\text{क्ष}}} = \text{अ}$

वर्गकरून $\text{क्ष}^{२} = \text{अ}^{३} + \text{अ}^{२}\text{क्ष} \therefore \text{क्ष}^{२} - \text{अ}^{२}\text{क्ष} = \text{अ}^{३}$

$\therefore \text{क्ष} = \frac{१}{२}\text{अ}\left(\text{अ} \pm \sqrt{४\text{अ}+\text{अ}^{२}}\right)$

(३५) $\text{क्ष}+\text{अ}+३\sqrt[३]{\text{अबक्ष}} = \text{ब}$

जेव्हा $\sqrt[३]{\text{य}} + \sqrt[३]{\text{अ}} = \sqrt[३]{\text{ब}}$

तेव्हा $\text{य}+\text{अ}+३\sqrt[३]{\text{अय}}\left(\sqrt[३]{\text{य}}+\sqrt[३]{\text{अ}}\right) = \text{ब}$

$\text{य}+\text{अ}+३\sqrt[३]{\text{अय}} \times \sqrt[३]{\text{ब}} = \text{ब}$ कारण $\sqrt[३]{\text{य}}+\sqrt[३]{\text{अ}} = \sqrt[३]{\text{ब}}$

$\therefore \text{य}+\text{अ}+३\sqrt[३]{\text{अबय}} = \text{ब}$ } यावरून असें दिसतें कीं क्ष = य असावें म्हणजे $\text{क्ष} = \left(\sqrt[३]{\text{ब}} - \sqrt[३]{\text{अ}}\right)^{३}$

$\text{क्ष}+\text{अ}+३\sqrt[३]{\text{अबक्ष}} = \text{ब}$ }

(३६) $\text{अ}+(\text{ब}+\sqrt{\text{क्ष}})\sqrt{\text{क्ष}} = (\text{ब}-\sqrt{\text{क्ष}})\sqrt{२\text{अ}+\text{क्ष}}$

$\text{अ}+\text{ब}\sqrt{\text{क्ष}}+\text{क्ष} = \text{ब}\sqrt{२\text{अ}+\text{क्ष}} - \sqrt{\text{क्ष}}\sqrt{२\text{अ}+\text{क्ष}}$

$\text{अ}+\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}}\sqrt{२\text{अ}+\text{क्ष}} = \text{ब}\sqrt{२\text{अ}+\text{क्ष}} - \text{ब}\sqrt{\text{क्ष}}$

$\left(\text{अ}+\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}}\sqrt{२\text{अ}+\text{क्ष}}\right)^{२} = \text{ब}^{२}\left(२\text{अ}+\text{क्ष}-२\sqrt{\text{क्ष}}\sqrt{२\text{अ}+\text{क्ष}}+\text{क्ष}\right)$

$$\therefore क्ष = \frac{(\sqrt{२अब^{२}} - \sqrt{अ^{२}})}{२\sqrt{२ब^{२}}}$$

(३७) $$\frac{१}{\sqrt{क्ष^{२}+१}+क्ष} + \frac{१}{\sqrt{क्ष^{२}-१}-क्ष} = \sqrt{क्ष^{४}-१} - २क्ष$$

अंशास व छेदास सारीख्या पदानें गुणून

$$\frac{\sqrt{क्ष^{२}+१}-क्ष}{क्ष^{२}+१-क्ष^{२}} + \frac{\sqrt{क्ष^{२}-१}+क्ष}{क्ष^{२}-१-क्ष^{२}} = \sqrt{क्ष^{४}-१} - २क्ष$$

$$\therefore \frac{\sqrt{क्ष^{२}+१}-क्ष}{१} + \frac{\sqrt{क्ष^{२}-१}+क्ष}{-१} = \sqrt{क्ष^{४}-१} - २क्ष$$

$$\sqrt{क्ष^{२}+१} - क्ष - \sqrt{क्ष^{२}-१} - क्ष = \sqrt{क्ष^{४}-१} - २क्ष$$

$$\therefore \sqrt{क्ष^{२}+१} - \sqrt{क्ष^{२}-१} = \sqrt{क्ष^{४}-१} \therefore क्ष^{२}+१-२\sqrt{क्ष^{४}-१}+क्ष^{२}-१ = \sqrt{क्ष^{४}-१}$$

स्थळांतरानें $२क्ष^{२} = ३\sqrt{क्ष^{४}-१} \therefore ४क्ष^{४} = ९क्ष^{४} - ९ \therefore क्ष = \pm \frac{\sqrt{३}}{\sqrt{५}}$

(३८) $$अ + क्ष + \sqrt{२अक्ष + क्ष^{२}} = \sqrt{अक्ष + क्ष^{२}} + \sqrt{२अ^{२} - अक्ष - क्ष^{२}}$$

$$अ + क्ष + \sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष} = \sqrt{क्ष}\sqrt{अ-क्ष} + \sqrt{अ-क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}$$

$$अ+क्ष+\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}=\sqrt{अ-क्ष}\left(\sqrt{क्ष}+\sqrt{२अ+क्ष}\right)$$

$$\left(अ+क्ष+\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}\right)^{२}=(अ-क्ष)\left(क्ष+२अ+क्ष+२\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}\right)$$

$$\therefore \left(अ+क्ष+\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}\right)^{२}=(अ-क्ष)\left(२अ+२क्ष+२\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}\right)$$

$$\left(अ+क्ष+\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}\right)^{२}=२(अ-क्ष)\left(अ+क्ष+\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}\right)$$

$\therefore अ+क्ष+\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}=२(अ-क्ष)$ अथवा $अ+क्ष+\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}=०$

$\therefore$ स्थलांतरानें $\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}=अ-३क्ष$

वर्गकरून $२अक्ष+क्ष^{२}=अ^{२}-६अक्ष+९क्ष^{२}$

$\therefore$ स्थ० $८क्ष^{२}-८अक्ष=-अ^{२} \quad \therefore क्ष=\frac{अ(\sqrt{२}\pm१)}{२\sqrt{२}}$

जर $अ+क्ष+\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}=०$ तर $अ+क्ष=-\sqrt{क्ष}\sqrt{२अ+क्ष}$

$\therefore अ^{२}+२अक्ष+क्ष^{२}=२अक्ष+क्ष^{२} \quad \therefore अ^{२}=० \quad \therefore अ=०$

* * * *

यावरून असें दिसतें कीं जेव्हा अ=० तेव्हा

$$अ+क्ष+\sqrt{क्ष}\sqrt{२अक्ष+क्ष^{२}}=\sqrt{२अक्ष-क्ष^{२}}+\sqrt{२अ^{२}-३अक्ष-क्ष^{२}}$$

३१) $\sqrt{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष}+\sqrt{(१-अ)^{२}+(१+अ)क्ष}=२अ$

$$\frac{\left(\sqrt{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष}+\sqrt{(१-अ)^{२}+(१+अ)क्ष}\right)\cdot\left(\sqrt{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष}-\sqrt{(१-अ)^{२}+(१+अ)क्ष}\right)}{\left(\sqrt{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष}-\sqrt{(१-अ)^{२}+(१+अ)क्ष}\right)}=२अ$$

$$\frac{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष-(१-अ)^{२}-(१+अ)क्ष}{\sqrt{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष}-\sqrt{(१-अ)^{२}+(१+अ)क्ष}}=२अ$$

$$\therefore \sqrt{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष}-\sqrt{(१-अ)^{२}+(१+अ)क्ष}=\frac{(१+अ)^{२}-(१-अ)^{२}+(१-अ)क्ष-(१+अ)क्ष}{२अ}$$

$$\therefore \sqrt{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष}-\sqrt{(१-अ)^{२}+(१+अ)क्ष}=\frac{४अ-२अक्ष}{२अ}=२-क्ष$$

$\sqrt{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष}+\sqrt{(१-अ)^{२}+(१+अ)क्ष}=२अ$ हें दिलेलें समीकरण

$$\therefore २\sqrt{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष}=\frac{४अ-२अक्ष}{२अ}+२अ=२-क्ष+२अ=२(१+अ)-क्ष$$

$$\therefore २\sqrt{(१+अ)^{२}+(१-अ)क्ष}=२(१+अ)-क्ष$$

वर्गकरून $४(१+अ)^{२}+४(१-अ)क्ष=\left\{२(१+अ)-क्ष\right\}^{२}$

$४क्ष - ४अक्ष = -४क्ष - ४अक्ष + क्ष^२$

$\therefore क्ष^२ = ८क्ष \therefore क्ष = ० \text{ अथवा } क्ष = ८$

$$(४०)\ \frac{१+\sqrt{क्ष^२-१}}{१+२अ\sqrt{क्ष^२-१}} = \frac{\sqrt{क्ष^२-१}-१}{क्ष^२-२} = \frac{\sqrt{क्ष^२-१}-१}{क्ष^२-१-१}$$

$$\therefore \frac{१+\sqrt{क्ष^२-१}}{१+२अ\sqrt{क्ष^२-१}} = \frac{(\sqrt{क्ष^२-१}-१)}{(\sqrt{क्ष^२-१}+१)(\sqrt{क्ष^२-१}-१)} = \frac{१}{\sqrt{क्ष^२-१}+१}$$

$\therefore (१+\sqrt{क्ष^२-१})^२ = १+२अ\sqrt{क्ष^२-१} = २अ\sqrt{क्ष^२-१}+२अ-२अ+१$

$\therefore (१+\sqrt{क्ष^२-१})^२ = २अ(\sqrt{क्ष^२-१}+१)-२अ+१$

$\therefore (१+\sqrt{क्ष^२-१})^२ - २अ(\sqrt{क्ष^२-१}+१) = -२अ+१$

$\therefore (१+\sqrt{क्ष^२-१})^२ - २अ(\sqrt{क्ष^२-१}+१) + अ^२ = अ^२ - २अ + १$

$\therefore (१+\sqrt{क्ष^२-१}) - अ = \pm (अ-१)$

$\therefore १+\sqrt{क्ष^२-१} = अ \pm (अ-१) = १ \text{ अथवा } २अ-१$

जर $१+\sqrt{क्ष^२-१} = १$ तर $क्ष = \pm १$

आणि जर $१+\sqrt{क्ष^२-१} = २अ-१ \therefore \sqrt{क्ष^२-१} = २अ-२$

$\therefore क्ष^२-१ = ४(अ-१)^२ \therefore क्ष = \pm\sqrt{४(अ-१)^२+१}$

(४१) $\frac{(१+क्ष)+\sqrt{२क्ष+क्ष^२}}{(१+क्ष)-\sqrt{२क्ष+क्ष^२}} = १-अक्ष = \frac{१-अक्ष}{१}$

$\frac{२(१+क्ष)}{२\sqrt{क्ष+क्ष^२}} = \frac{२-अक्ष}{-अक्ष} = \frac{अक्ष-२}{अक्ष} = १-\frac{२}{अक्ष}$

$\therefore \frac{१+क्ष}{\sqrt{२क्ष+क्ष^२}} = १-\frac{२}{अक्ष} \therefore \frac{१+२क्ष+क्ष^२}{२क्ष+क्ष^२} = १-\frac{४}{अक्ष}+\frac{४}{अ^२क्ष^२}$

$\frac{१}{२क्ष+क्ष^२}+१ = १-\frac{४}{अक्ष}+\frac{४}{अ^२क्ष^२} \therefore \frac{१}{२क्ष+क्ष^२} = -\frac{४}{अक्ष}+\frac{४}{अ^२क्ष^२}$

$\therefore \frac{१}{२+क्ष} = -\frac{४}{अ}+\frac{४}{अ^२क्ष}$ अथवा $क्ष=०$

$\frac{१}{२+क्ष} = \frac{-४अक्ष+४}{अ^२क्ष} \therefore अ^२क्ष = -८अक्ष+८-४अक्ष^२+४क्ष$

$४अक्ष^२+अ^२क्ष+८अक्ष-४क्ष = ८ \therefore क्ष =$

(४२) $४\{(क्ष^२-१६)^{\frac{३}{४}}+८\} = क्ष^२+१६(क्ष^२-१६)^{\frac{१}{४}}$

$४(क्ष^२-१६)^{\frac{३}{४}}+३२ = क्ष^२+१६(क्ष^२-१६)^{\frac{१}{४}}$

स्थळांतरानें $४(क्ष^२-१६)^{\frac{३}{४}}-१६(क्ष^२-१६)^{\frac{१}{४}} = क्ष^२-३२ = (क्ष^२-१६)-१६$

$४(क्ष^२-१६)^{\frac{१}{४}}((क्ष^२-१६)^{\frac{१}{२}}-४) = ((क्ष^२-१६)^{\frac{१}{२}}+४)((क्ष^२-१६)^{\frac{१}{२}}-४)$

$\therefore ४(क्ष^२-१६)^{\frac{१}{४}} = (क्ष^२-१६)^{\frac{१}{२}}+४$ अथवा $(क्ष^२-१६)^{\frac{१}{२}}-४=० \therefore क्ष=\pm४\sqrt{२}$

स्थळांतरानें $० = (क्ष^२-१६)^{\frac{१}{२}}+४-४(क्ष^२-१६)^{\frac{१}{४}}$

वर्गमूळ काढून $० = (क्ष^२-१६)^{\frac{१}{४}}-२=० \therefore (क्ष^२-१६)^{\frac{१}{४}}=२ \therefore क्ष=\pm४\sqrt{२}$

(४३) $\frac{१}{\sqrt{१-क्ष}+१} + \frac{१}{\sqrt{१+क्ष}-१} = \frac{१}{क्ष}$

अंशास व छेदास सारिख्या पदानें गुणून $\frac{\sqrt{१-क्ष}-१}{१-क्ष-१} + \frac{\sqrt{१+क्ष}+१}{१+क्ष-१} = \frac{१}{क्ष}$

$\therefore \frac{\sqrt{१-क्ष}-१}{-क्ष} + \frac{\sqrt{१+क्ष}+१}{क्ष} = \frac{१}{क्ष} \therefore \frac{\sqrt{१-क्ष}-१}{-१} + \frac{\sqrt{१+क्ष}+१}{१} = १$

$-\sqrt{१-क्ष}+१+\sqrt{१+क्ष}+१ = १ \therefore \sqrt{१+क्ष} = \sqrt{१-क्ष}-१$

वर्ग करून $१+क्ष = १-क्ष-२\sqrt{१-क्ष}+१ \therefore २\sqrt{१-क्ष} = १-२क्ष$

$\text{४}-\text{४क्ष}=\text{१}-\text{४क्ष}+\text{४क्ष}^{२}\ \therefore\ \text{४क्ष}^{२}=\text{४}-\text{१}=\text{३}\ \therefore\ \text{क्ष}=\pm\frac{१}{२}\sqrt{३}$

(४४) $\text{२क्ष}(\text{१}-\text{क्ष}^{४})^{\frac{१}{२}}=\text{अ}(\text{१}+\text{क्ष}^{४})$

वर्गकरून $\text{४क्ष}^{२}(\text{१}-\text{क्ष}^{४})=\text{अ}^{२}(\text{१}+\text{२क्ष}^{४}+\text{क्ष}^{८})$

$\text{४क्ष}^{२}-\text{४क्ष}^{६}=\text{अ}^{२}+\text{२अ}^{२}\text{क्ष}^{४}+\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{८}$

$\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{४}$ यानें सर्व पदें भागून $\frac{\text{४क्ष}^{२}}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{४}}-\frac{\text{४क्ष}^{६}}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{४}}=\frac{\text{अ}^{२}}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{४}}+\text{२}+\frac{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{८}}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{४}}$

$\frac{\text{४}}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}}-\frac{\text{४क्ष}^{२}}{\text{अ}^{२}}=\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{४}}+\text{२}+\text{क्ष}^{४}=\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{४}}-\text{२}+\text{क्ष}^{४}+\text{४}$

$\frac{\text{४}}{\text{अ}^{२}}\left(\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{२}}-\text{क्ष}^{२}\right)=\left(\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{२}}-\text{क्ष}^{२}\right)^{२}+\text{४}\ \therefore\ \left(\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{२}}-\text{क्ष}^{२}\right)^{२}-\frac{\text{४}}{\text{अ}^{२}}\left(\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{२}}-\text{क्ष}^{२}\right)=-\text{४}$

वर्गपूक० $\left(\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{२}}-\text{क्ष}^{२}\right)^{२}-\frac{\text{४}}{\text{अ}^{२}}\left(\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{२}}-\text{क्ष}^{२}\right)+\frac{\text{४}}{\text{अ}^{४}}=-\text{४}+\frac{\text{४}}{\text{अ}^{४}}$

वर्गमूळका० $\left(\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{२}}-\text{क्ष}^{२}\right)-\frac{\text{२}}{\text{अ}^{२}}=\pm\frac{\text{२}}{\text{अ}^{२}}\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{४}}$

स्थळांत० $\frac{\text{१}}{\text{क्ष}^{२}}-\text{क्ष}^{२}=\frac{\text{२}}{\text{अ}^{२}}\pm\frac{\text{२}}{\text{अ}^{२}}\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{४}}=\frac{\text{२}}{\text{अ}^{२}}\left(\text{१}\pm\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{४}}\right)$

$\text{१}-\text{क्ष}^{४}=\frac{\text{२}}{\text{अ}^{२}}\left(\text{१}\pm\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{४}}\right)\text{क्ष}^{२}\ \therefore\ \text{क्ष}^{४}+\frac{\text{२}}{\text{अ}^{२}}\left(\text{१}\pm\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{४}}\right)\text{क्ष}^{२}=\text{१}$

$$\therefore क्ष^{२} = \frac{\pm\sqrt{२}}{अ^{२}}\left(१ \pm \sqrt{१-अ^{४}}\right)^{\frac{१}{२}} = \frac{१}{अ^{२}}\left(१ \pm \sqrt{१-अ^{४}}\right)$$

$$क्ष = \pm\left\{\frac{\pm\sqrt{२}}{अ^{२}}\left(१\pm\sqrt{१-अ^{४}}\right)^{\frac{१}{२}} = \frac{१}{अ^{२}}\left(१\pm\sqrt{१-अ^{४}}\right)\right\}^{\frac{१}{२}}$$

(४५) $$\left(\frac{२क्ष+३}{२क्ष-३}\right)^{\frac{१}{३}} + \left(\frac{२क्ष-३}{२क्ष+३}\right)^{\frac{१}{३}} = \frac{८}{१३}\cdot\frac{४क्ष^{२}+९}{४क्ष^{२}-९}$$

आतां $$\frac{८}{१३}\cdot\frac{४क्ष^{२}+९}{४क्ष^{२}-९} = \frac{४}{१३}\cdot\frac{८क्ष^{२}+१८}{४क्ष^{२}-९} = \frac{४}{१३}\cdot\frac{४क्ष^{२}+९+४क्ष^{२}+९}{४क्ष^{२}-९}$$

$$= \frac{४}{१३}\left(\frac{४क्ष^{२}+१२क्ष+९+४क्ष^{२}-१२क्ष+९}{४क्ष^{२}-९}\right) = \frac{४}{१३}\left(\frac{(२क्ष+३)^{२}+(२क्ष-३)^{२}}{(२क्ष+३)(२क्ष-३)}\right)$$

$$= \frac{४}{१३}\left(\frac{(२क्ष+३)^{२}}{(२क्ष+३)(२क्ष-३)} + \frac{(२क्ष-३)^{२}}{(२क्ष+३)(२क्ष-३)}\right) = \frac{४}{१३}\left(\frac{२क्ष+३}{२क्ष-३}+\frac{२क्ष-३}{२क्ष+३}\right)$$

$$\therefore \frac{८}{१३}\cdot\frac{४क्ष^{२}+९}{४क्ष^{२}-९} = \frac{४}{१३}\left(\frac{२क्ष+३}{२क्ष-३}+\frac{२क्ष-३}{२क्ष+३}\right)$$

$$\therefore \left(\frac{२क्ष+३}{२क्ष-३}\right)^{\frac{१}{३}} + \left(\frac{२क्ष-३}{२क्ष+३}\right)^{\frac{१}{३}} = \frac{४}{१३}\left(\frac{२क्ष+३}{२क्ष-३}+\frac{२क्ष-३}{२क्ष+३}\right)$$

$\frac{२क्ष+३}{२क्ष-३} = य^{२}$ अथवा $\frac{२क्ष-३}{२क्ष+३} = \frac{१}{य^{२}}$ धरून

$(य^{२})^{\frac{३}{२}} + \left(\frac{१}{य^{२}}\right)^{\frac{३}{२}} = \frac{४}{१३}\left(य^{२} + \frac{१}{य^{२}}\right) \therefore य + \frac{१}{य} = \frac{४}{१३}\left(य^{३} + \frac{१}{य^{३}}\right)$

$\therefore य + \frac{१}{य} = \frac{४}{१३}\left(य^{२} - १ + \frac{१}{य^{२}}\right)\left(य + \frac{१}{य}\right) \therefore य + \frac{१}{य} = ० \therefore य^{२} = \sqrt{-१}$

म्हणून $\frac{२क्ष+३}{२क्ष-३} = \sqrt{-१}$ कारण $य^{२} = \frac{२क्ष+३}{२क्ष-३}$

$\therefore २क्ष + ३ = २क्ष\sqrt{-१} - ३\sqrt{-१} \therefore २क्ष(१-\sqrt{-१}) = -३(१+\sqrt{-१})$

$\therefore क्ष = -\frac{३}{२}\left(\frac{१+\sqrt{-१}}{१-\sqrt{-१}}\right) = -\frac{३}{२}\left(\frac{(१+\sqrt{-१})^{२}}{१-(-१)}\right) = -\frac{३}{२}\left(\frac{१-१+२\sqrt{-१}}{२}\right) = \frac{-३\sqrt{-१}}{२}$

आणि जर $१ = \frac{४}{१३}\left(य^{२} - १ + \frac{१}{य^{२}}\right)$ तर $य^{२} + \frac{१}{य^{२}} = \frac{१७}{४}$

$\therefore य^{२} + २ + \frac{१}{य^{२}} = \frac{२५}{४}$ आणि $य^{२} - २ + \frac{१}{य^{२}} = \frac{९}{४}$

$\therefore य + \frac{१}{य} = \pm\frac{५}{२}$ आणि $य - \frac{१}{य} = \pm\frac{३}{२} \therefore २य = \pm\frac{५}{२} \pm \frac{३}{२}$

$\therefore २य = ४$ अथवा -४ अथवा १ अथवा -१



$\therefore$ य = २ अथवा − २ अथवा $\frac{१}{२}$ अथवा − $\frac{१}{२}$

$\therefore$ $ये = \frac{२क्ष+३}{२क्ष-३}$ = ८ अथवा − ८ अथवा $\frac{१}{८}$ अथवा − $\frac{१}{८}$

(४६) $$\frac{\sqrt{१+अ^२} - अ\sqrt{१+क्ष^२}}{\sqrt{१+क्ष^२} - क्ष\sqrt{१+अ^२}} = अ$$

छेद सोडऊन स्थलांतर $\sqrt{१+अ^२}$ + अक्ष $\sqrt{१+अ^२}$ = २अ $\sqrt{१+क्ष^२}$ करून

वर्गक॰ $(१+अ^२)$ + २अक्ष $(१+अ^२)$ + $अ^२क्ष^२(१+अ^२)$ = $४अ^२$ + $४अ^२क्ष^२$

स्थलांत॰ $अ^२क्ष^२(१+अ^२) - ४अ^२क्ष^२ + २अक्ष(१+अ^२) = ४अ^२ - (१+अ^२)$

$\therefore क्ष^२(अ^२+अ^४-४अ^२) + २अ(१+अ^२)क्ष = ३अ^२-१$

$$\therefore क्ष^२ + \frac{२अ(१+अ^२)}{अ^४-३अ^२} \times क्ष = \frac{३अ^२-१}{अ^४-३अ^२}$$

$$क्ष = \frac{१}{अ^३-३अ}\left(\pm\sqrt{४(अ^२-१)^२+२अ^२} - (१+अ^२)\right)$$

(४७) $$अक्ष+१ = \frac{२अक्ष\sqrt{अ^२+क्ष}}{अ+\sqrt{अ^२+क्ष}}$$

छेद सोडून स्थळांत० $\text{अ}(\text{अक्ष}+१)=\sqrt{\text{अ}^{२}+\text{क्ष}}\,(\text{अक्ष}-१)$

$$\therefore \frac{\sqrt{\text{अ}^{२}+\text{क्ष}}}{\text{अ}}=\frac{\text{अक्ष}+१}{\text{अक्ष}-१} \quad \therefore \frac{\text{अ}^{२}+\text{क्ष}}{\text{अ}^{२}}=\frac{(\text{अक्ष}+१)^{२}}{(\text{अक्ष}-१)^{२}}$$

$$१+\frac{\text{क्ष}}{\text{अ}^{२}}=\frac{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}+२\text{अक्ष}+१}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}-२\text{अक्ष}+१}=\frac{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}-२\text{अक्ष}+१+४\text{अक्ष}}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}-२\text{अक्ष}+१}$$

$$\therefore १+\frac{\text{क्ष}}{\text{अ}^{२}}=\frac{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}-२\text{अक्ष}+१}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}-२\text{अक्ष}+१}+\frac{४\text{अक्ष}}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}-२\text{अक्ष}+१}$$

$$\therefore \frac{\text{क्ष}}{\text{अ}^{२}}=\frac{४\text{अक्ष}}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}-२\text{अक्ष}+१} \quad \therefore \text{क्ष}=० \text{ अथवा}$$

$$\frac{१}{\text{अ}^{२}}=\frac{४\text{अ}}{\text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}-२\text{अक्ष}+१} \quad \therefore \text{अ}^{२}\text{क्ष}^{२}-२\text{अक्ष}+१=४\text{अ}^{३}$$

$$\therefore \text{अक्ष}-१=\pm २\text{अ}\sqrt{\text{अ}} \quad \therefore \text{क्ष}=\frac{१\pm २\text{अ}\sqrt{\text{अ}}}{\text{अ}}$$

(४८) $(\text{अ}+\text{क्ष})\sqrt{\text{अ}^{२}+\text{क्ष}^{२}}=६(\text{अ}-\text{क्ष})^{२}$

$(अ^2+क्ष^2 + २अक्ष)(अ^2+क्ष^2) = ३६(अ^2+क्ष^2 - २अक्ष)^2$

$(अ^2+क्ष^2)^2 + २अक्ष(अ^2+क्ष^2) = ३६\left((अ^2+क्ष^2)^2 - ४अक्ष(अ^2+क्ष^2) + ४अ^2क्ष^2\right)$

स्थळांत० $३५(अ^2+क्ष^2)^2 - १४६अक्ष(अ^2+क्ष^2) = -१४४ अ^2क्ष^2$

$$(अ^2+क्ष^2)^2 - \frac{१४६अक्ष}{३५}(अ^2+क्ष^2) = -\frac{१४४ अ^2क्ष^2}{३५}$$

$\therefore (अ^2+क्ष^2) - \frac{७३}{३५} अक्ष = \pm \frac{१७}{३५} अक्ष$

$अ^2+क्ष^2 = \frac{१८}{७} अक्ष$ अथवा $\frac{८}{५} अक्ष$

जर $अ^2+क्ष^2 = \frac{१८}{७}अक्ष$ तर $क्ष = \frac{\sqrt{७}-१}{२}$

आणि जर $अ^2+क्ष^2 = \frac{८अक्ष}{५}$ तर $क्ष = \frac{२\sqrt{५}}{३\sqrt{२}+\sqrt{-२}}$

(४१) $अ(१-क्ष) + \sqrt{अ^2+१} = अ\sqrt{१+क्ष^2}$

$$(१-क्ष) + \frac{\sqrt{अ^2+१}}{अ} = \sqrt{१+क्ष^2} \therefore १-क्ष + \sqrt{१+\frac{१}{अ^2}} = \sqrt{१+क्ष^2}$$

$$१-२क्ष+\underset{*}{क्ष^2} + २(१-क्ष)\sqrt{१+\frac{१}{अ^2}} + \underset{*}{१} + \frac{१}{अ^2} = \underset{*}{१} + \underset{*}{क्ष^2}$$

$$\text{स्थ०}\ २\text{क्ष}+२\text{क्ष}\sqrt{१+\frac{१}{\text{अ}^२}}=१+२\sqrt{१+\frac{१}{\text{अ}^२}}$$

$$\therefore \text{क्ष}=\frac{१+२\sqrt{१+\frac{१}{\text{अ}^२}}}{२\left(१+\sqrt{१+\frac{१}{\text{अ}^२}}\right)}$$

$$(५०)\ \frac{(\text{क्ष}-\text{अ})^२}{\sqrt{\text{क्ष}}}+२(\text{क्ष}-\text{अ})=\frac{\text{अ}^२}{\sqrt{\text{क्ष}}}+१$$

$$(\text{क्ष}-\text{अ})^२+२\sqrt{\text{क्ष}}(\text{क्ष}-\text{अ})=\text{अ}^२+\sqrt{\text{क्ष}}$$

$$(\text{क्ष}-\text{अ})^२+२\sqrt{\text{क्ष}}(\text{क्ष}-\text{अ})+\text{क्ष}=\text{अ}^२+\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}}$$

$$(\text{क्ष}-\text{अ}+\sqrt{\text{क्ष}})^२=\text{अ}^२+\text{अ}+\text{क्ष}-\text{अ}+\sqrt{\text{क्ष}}$$

$$(\text{क्ष}-\text{अ}+\sqrt{\text{क्ष}})^२-(\text{क्ष}-\text{अ}+\sqrt{\text{क्ष}})=\text{अ}^२+\text{अ}$$

$$(\text{क्ष}-\text{अ}+\sqrt{\text{क्ष}})^२-(\text{क्ष}-\text{अ}+\sqrt{\text{क्ष}})+\frac{१}{४}=\text{अ}^२+\text{अ}+\frac{१}{४}$$

$$(\text{क्ष}-\text{अ}+\sqrt{\text{क्ष}})-\frac{१}{२}=\pm\left(\text{अ}+\frac{१}{२}\right)$$

$$\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}}=\text{अ}+\frac{१}{२}\pm\left(\text{अ}+\frac{१}{२}\right)=०\ \text{अथवा}\ २\text{अ}+१$$

जर $\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}}=$ तर $\sqrt{\text{क्ष}}=०$ अथवा $\sqrt{\text{क्ष}}=-१$

आणि जर $\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}}=२\text{अ}+१ \therefore \sqrt{\text{क्ष}}=\pm\sqrt{२\text{अ}+\frac{५}{४}}-\frac{१}{२}$

५१) $\frac{अ+क्ष}{\sqrt{अ}+\sqrt{अ+क्ष}}+\frac{अ-क्ष}{\sqrt{अ}-\sqrt{अ-क्ष}}=\sqrt{अ}$ अंशास व छेदास सारिख्या पदाने गुणावें

$$\frac{(अ+क्ष)(\sqrt{अ}-\sqrt{अ+क्ष})}{अ-(अ+क्ष)}+\frac{(अ-क्ष)(\sqrt{अ}+\sqrt{अ-क्ष})}{अ-(अ-क्ष)}=\sqrt{अ}$$

$$\frac{अ\sqrt{अ}+क्ष\sqrt{अ}-(अ+क्ष)^{\frac{३}{२}}}{-क्ष}+\frac{अ\sqrt{अ}-क्ष\sqrt{अ}+(अ-क्ष)^{\frac{३}{२}}}{क्ष}=\sqrt{अ}$$

$$-अ\sqrt{अ}-क्ष\sqrt{अ}+(अ+क्ष)^{\frac{३}{२}}+अ\sqrt{अ}-क्ष\sqrt{अ}+(अ-क्ष)^{\frac{३}{२}}=क्ष\sqrt{अ}$$

स्थ० $(अ+क्ष)^{\frac{३}{२}}+(अ-क्ष)^{\frac{३}{२}}=३क्ष\sqrt{अ}$

वर्गकरून $(अ+क्ष)^{३}+२(अ^{२}-क्ष^{२})^{\frac{३}{२}}+(अ-क्ष)^{३}=९अक्ष^{२}$

$२अ^{३}+६अक्ष^{२}+२(अ^{२}-क्ष^{२})^{\frac{३}{२}}=९अक्ष^{२}$

$२(अ^{२}-क्ष^{२})^{\frac{३}{२}}=३अक्ष^{२}-२अ^{३}$

$४(अ^{२}-क्ष^{२})^{३}=९अ^{२}क्ष^{४}-१२अ^{४}क्ष^{२}+४अ^{६}$

$४अ^{६}-१२अ^{४}क्ष^{२}+१२अ^{२}क्ष^{४}-४क्ष^{६}=९अ^{२}क्ष^{४}-१२अ^{४}क्ष^{२}+४अ^{६}$

$१२अ^{२}क्ष^{४}-४क्ष^{६}=९अ^{२}क्ष^{४} \therefore ४क्ष^{६}=३अ^{२}क्ष^{४}$

$\therefore$ ४क्ष^२ = ३अ^२ अथवा क्ष = ०

$\therefore$ २क्ष = अ$\sqrt{३}$ $\therefore$ क्ष = $\frac{अ}{२}\sqrt{३}$

(५२) $\sqrt{२क्ष^२-१} + \sqrt{१-अ^२}\sqrt{१-क्ष^२} = अक्ष$

$\sqrt{१-अ^२}\sqrt{१-क्ष^२} = अक्ष - \sqrt{२क्ष^२-१}$

$१-अ^२-क्ष^२+अ^२क्ष^२ = अ^२क्ष^२ - २अक्ष\sqrt{२क्ष^२-१} + २क्ष^२-१$

स्थ० $अ^२ - २अक्ष\sqrt{२क्ष^२-१} = २ - ३क्ष^२$ ....(अ)

वर्गपू०क० $अ^२ - २अक्ष\sqrt{२क्ष^२-१} + २क्ष^२ - क्ष^२ = २ - ४क्ष^२ + २क्ष^२$

वर्गमूळकाढून $अ - क्ष\sqrt{२क्ष^२-१} = \sqrt{२} - क्ष^२\sqrt{२}$

२अने गुणून $२अ^२ - २अक्ष\sqrt{२क्ष^२-१} = २अ\sqrt{२} - २अक्ष^२\sqrt{२}$

$अ^२ - २अक्ष\sqrt{२क्ष^२-१} = २ - ३क्ष^२$ हें वर आलेलें ....(अ) समीकरण

ही बाकी $अ^२ = २अ\sqrt{२} - २ - २अक्ष^२\sqrt{२} + ३क्ष^२$

$\therefore क्ष^२(३ - २अ\sqrt{२}) = अ^२ - २अ\sqrt{२} + २ = (अ - \sqrt{२})^२$

$\therefore क्ष\sqrt{३-२अ\sqrt{२}} = अ - \sqrt{२}$ $\therefore क्ष = \frac{अ - \sqrt{२}}{\sqrt{३-२अ\sqrt{२}}}$

(५३) $(१+क्ष)\sqrt{१+अ} + (१-क्ष)\sqrt{१-अ} = २\sqrt{१+क्ष^२}$

$$(\text{१}+\text{क्ष})^{\text{२}}(\text{१}+\text{अ})+\text{२}(\text{१}-\text{क्ष}^{\text{२}})\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}+(\text{१}-\text{क्ष})^{\text{२}}(\text{१}-\text{अ})=\text{४}(\text{१}+\text{क्ष}^{\text{२}})$$

$$\text{२}(\text{१}-\text{क्ष}^{\text{२}})\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}=\text{४}+\text{४}\,\text{क्ष}^{\text{२}}-(\text{१}+\text{क्ष})^{\text{२}}(\text{१}+\text{अ})-(\text{१}-\text{क्ष})^{\text{२}}(\text{१}-\text{अ})$$

$$=\text{२}+\text{२}\,\text{क्ष}^{\text{२}}-\text{४अक्ष}$$

$$(\text{१}-\text{क्ष}^{\text{२}})\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}=\text{१}+\text{क्ष}^{\text{२}}-\text{२अक्ष}$$

$$\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}-\text{क्ष}^{\text{२}}\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}=\text{१}+\text{क्ष}^{\text{२}}-\text{२अक्ष}$$

$$\text{क्ष}^{\text{२}}(\text{१}+\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}})-\text{२अक्ष}=\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}-\text{१}$$

$$\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{२अ}}{\text{१}+\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}}\cdot\text{क्ष}=\frac{\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}-\text{१}}{\sqrt{\text{१}+\text{अ}^{\text{२}}}+\text{१}}=\frac{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}-\text{१}}{(\sqrt{\text{१}+\text{अ}^{\text{२}}}+\text{१})^{\text{२}}}=\frac{-\text{अ}^{\text{२}}}{(\sqrt{\text{१}+\text{अ}^{\text{२}}}+\text{१})^{\text{२}}}$$

$$\text{स्थ० }\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{२अक्ष}}{\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}+\text{१}}+\frac{\text{अ}^{\text{२}}}{(\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}+\text{१})^{\text{२}}}=\text{०}$$

$$\text{वर्गमूळ क्ष}-\frac{\text{अ}}{\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}+\text{१}}\;\therefore\text{क्ष}=\frac{\text{अ}}{\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}+\text{१}}=\frac{\text{१}-\sqrt{\text{१}-\text{अ}^{\text{२}}}}{\text{अ}}$$

(५४) $\text{२क्ष}^{\text{२}}+(\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{१})^{\frac{\text{१}}{\text{२}}}=\text{क्ष}^{\text{४}}-\text{१}$

$$\text{स्थ० }\text{२क्ष}^{\text{२}}+\text{१}+\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{१}}=\text{क्ष}^{\text{४}}$$

$$\text{क्ष}^{\text{२}}\qquad\qquad=\text{क्ष}^{\text{२}}\text{ हेवजाकरून}$$

$(\text{क्ष}^२+९)+\sqrt{\text{क्ष}^२+९}=\text{क्ष}^४-\text{क्ष}^२$ ही बाकी

वर्गपूं॰क॰ $४(\text{क्ष}^२+९)+४\sqrt{\text{क्ष}^२+९}+१=४\text{क्ष}^४-४\text{क्ष}^२+१$

वर्गमूळ का॰ $२\sqrt{\text{क्ष}^२+९}+१=\pm(२\text{क्ष}^२-१)$

$\therefore २\sqrt{\text{क्ष}^२+९}=\pm(२\text{क्ष}^२-१)-१=२\text{क्ष}^२-२$ अथवा $-२\text{क्ष}^२$

जर $२\sqrt{\text{क्ष}^२+९}=२\text{क्ष}^२-२$ तर $\sqrt{\text{क्ष}^२+९}=\text{क्ष}^२-१=\text{क्ष}^२+९-१०$

स्थ॰ $(\text{क्ष}^२+९)-\sqrt{\text{क्ष}^२+९}=१०$

वर्गपूं॰करू॰ $४(\text{क्ष}^२+९)-४\sqrt{\text{क्ष}^२+९}+१=४०+१=४१$

वर्गमू॰का॰ $२\sqrt{\text{क्ष}^२+९}-१=\pm\sqrt{४१}\ \therefore २\sqrt{\text{क्ष}^२+९}=१\pm\sqrt{४१}$

$\therefore \sqrt{\text{क्ष}^२+९}=\frac{१\pm\sqrt{४१}}{२}\ \therefore \text{क्ष}^२+९=\frac{१+४१\pm२\sqrt{४१}}{४}=\frac{४२\pm२\sqrt{४१}}{४}$

$\therefore \text{क्ष}^२=\frac{६\pm२\sqrt{४१}}{४}\ \therefore \text{क्ष}=\pm\sqrt{\frac{१}{२}(३\pm\sqrt{४१})}$

आणि जर $२\sqrt{\text{क्ष}^२+९}=-२\text{क्ष}^२$ तर $\sqrt{\text{क्ष}^२+९}=-\text{क्ष}^२=-\text{क्ष}^२-९+९$

स्थळीं॰ $\text{क्ष}^२+९+\sqrt{\text{क्ष}^२+९}=९\ \therefore ४(\text{क्ष}^२+९)+४\sqrt{\text{क्ष}^२+९}+१=३६+१$

$\therefore २\sqrt{\text{क्ष}^२+९}+१=\pm\sqrt{३७}\ \therefore २\sqrt{\text{क्ष}^२+९}=\pm\sqrt{३७}-१\ \therefore \sqrt{\text{क्ष}^२+९}=\pm\frac{\sqrt{३७}-१}{२}$

$$\therefore \text{क्ष}^{२}+१ = \frac{३७+१ \mp २\sqrt{३७}}{४} \quad \therefore \text{क्ष}^{२} = \frac{२ \mp २\sqrt{३७}}{४} \quad \therefore \text{क्ष} = \pm\sqrt{\frac{१}{२}(१ \pm \sqrt{३७})}$$

(५५) $\text{अ} + \text{क्ष}\sqrt{१+\text{अ}^{२}} = \text{अ}\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}} + \text{क्ष}\sqrt{१-\text{अ}^{२}}$

स्थ० $\text{क्ष}\sqrt{१+\text{अ}^{२}} - \text{क्ष}\sqrt{१-\text{अ}^{२}} = \text{अ}\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}} - \text{अ}$

$\text{क्ष}(\sqrt{१+\text{अ}^{२}} - \sqrt{१-\text{अ}^{२}}) = \text{अ}(\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}} - १) \cdots\cdots (\text{अ})$

$$\frac{\text{क्ष}(\sqrt{१+\text{अ}^{२}} - \sqrt{१-\text{अ}^{२}})(\sqrt{१+\text{अ}^{२}} + \sqrt{१-\text{अ}^{२}})}{\sqrt{१+\text{अ}^{२}} + \sqrt{१-\text{अ}^{२}}} = \frac{\text{अ}(\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}}-१)(\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}}+१)}{\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}}+१}$$

$$\therefore \frac{\text{क्ष}(१+\text{अ}^{२}-१+\text{अ}^{२})}{\sqrt{१+\text{अ}^{२}} + \sqrt{१-\text{अ}^{२}}} = \frac{\text{अ}(१-\text{क्ष}^{२}-१)}{\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}}+१}$$

$$\frac{२\text{अ}^{२}\text{क्ष}}{\sqrt{१+\text{अ}^{२}} + \sqrt{१-\text{अ}^{२}}} = \frac{-\text{अ}\text{क्ष}^{२}}{\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}}+१} \quad \therefore \frac{२\text{अ}}{\sqrt{१+\text{अ}^{२}} + \sqrt{१-\text{अ}^{२}}} = \frac{-\text{क्ष}}{\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}}+१}$$

$\therefore २\text{अ}(\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}}+१) = -\text{क्ष}(\sqrt{१+\text{अ}^{२}} + \sqrt{१-\text{अ}^{२}})$

$२\text{अ}(\sqrt{१-\text{क्ष}^{२}}-१) = २\text{क्ष}(\sqrt{१+\text{अ}^{२}} - \sqrt{१-\text{अ}^{२}}) \cdots\cdots (\text{अ})$

बाकी $२\text{अ}(२) = -\text{क्ष}(३\sqrt{१+\text{अ}^{२}} - \sqrt{१-\text{अ}^{२}})$

$$\therefore \text{क्ष} = \frac{४\text{अ}}{\sqrt{१-\text{अ}^{२}} - ३\sqrt{१+\text{अ}^{२}}}$$

$$(\text{५६})\quad \left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)^{\text{२}}-\frac{\text{२५}}{\text{९}}=\frac{\text{३क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{४}}{\text{९}}}{\text{२}\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)+\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}}$$

$$\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)^{\text{२}}-\frac{\text{२५}}{\text{९}}=\frac{\left(\text{३क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{४}}{\text{९}}\right)\left\{\text{२}\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)-\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}\right\}}{\left\{\text{२}\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)+\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}\right\}\left\{\text{२}\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)-\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}\right\}}$$

$$\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{२क्ष}}{\text{३}}-\frac{\text{२४}}{\text{९}}=\frac{\left(\text{३क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{४}}{\text{९}}\right)\left\{\text{२}\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)-\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}\right\}}{\text{४}\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)^{\text{२}}-\text{क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}$$

$$=\frac{\left(\text{३क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{४}}{\text{९}}\right)\left\{\text{२}\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)-\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}\right\}}{\left(\text{४क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}\right)+\frac{\text{४}}{\text{९}}-\text{क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}$$

$$=\frac{\left(\text{३क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{४}}{\text{९}}\right)\left\{\text{२}\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)-\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}\right\}}{\text{३क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{४}}{\text{९}}}$$

$$\therefore \text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{२क्ष}}{\text{३}}-\frac{\text{२४}}{\text{९}}=\frac{\left(\text{३क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{४}}{\text{९}}\right)\left\{\text{२}\left(\text{क्ष}-\frac{\text{१}}{\text{३}}\right)-\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}-\frac{\text{८क्ष}}{\text{३}}}\right\}}{\left(\text{३क्ष}^{\text{२}}+\frac{\text{४}}{\text{९}}\right)}$$

$$\therefore \text{क्ष}^{२} - \frac{२\text{क्ष}}{३} - \frac{८}{३} = २\left(\text{क्ष} - \frac{१}{३}\right) - \sqrt{\text{क्ष}^{२} - \frac{८\text{क्ष}}{३}} \text{ अथवा } ३\text{क्ष}^{२} + \frac{४}{९} = ०$$

$$\text{स्य० } \text{क्ष}^{२} - \frac{८\text{क्ष}}{३} + \sqrt{\text{क्ष}^{२} - \frac{८\text{क्ष}}{३}} = \frac{८}{३} - \frac{२}{३} = \frac{६}{३} = २$$

$$\left(\text{क्ष}^{२} - \frac{८\text{क्ष}}{३}\right) + \sqrt{\text{क्ष}^{२} - \frac{८\text{क्ष}}{३}} + \frac{१}{४} = २ + \frac{१}{४} = \frac{९}{४}$$

$$\sqrt{\text{क्ष}^{२} - \frac{८\text{क्ष}}{३}} + \frac{१}{२} = \pm \frac{३}{२}$$

$$\therefore \sqrt{\text{क्ष}^{२} - \frac{८\text{क्ष}}{३}} = \pm \frac{३}{२} - \frac{१}{२} = १ \text{ अथवा } -२$$

$$\text{जर } \sqrt{\text{क्ष}^{२} - \frac{८\text{क्ष}}{३}} = १ \text{ तर क्ष} = ३ \text{ अथवा } -\frac{१}{३}$$

$$\text{आणि जर } \sqrt{\text{क्ष}^{२} - \frac{८\text{क्ष}}{३}} = -२ \text{ तर क्ष} = \frac{४}{३} \pm \frac{२}{३}\sqrt{१३}$$

$$\text{आणि जर } ३\text{क्ष}^{२} + \frac{४}{९} = ० \text{ तर क्ष} = \pm \frac{२}{३}\sqrt{-\frac{१}{३}}$$

(५७) $\sqrt{\frac{३\text{अ}}{४} - \text{क्ष}} + \sqrt{३\text{अक्ष} - \text{क्ष}} = \frac{३\text{अ}}{२}\sqrt{१ - ४\text{क्ष}}$

$$\sqrt{\frac{३\text{अ}}{४} - \text{क्ष}} = \frac{३\text{अ}}{२}\sqrt{१ - ४\text{क्ष}} - \sqrt{३\text{अक्ष} - \text{क्ष}}$$

$$\frac{\text{३अ}}{\text{४}} - \text{क्ष} = \frac{\text{९अ}^{\text{२}}}{\text{४}} - \text{९अ}^{\text{२}}\text{क्ष} - \text{३अ}\sqrt{\text{३अक्ष}-\text{क्ष}}\sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}} + \text{३अक्ष} - \text{क्ष}$$

$$\frac{\text{३अ}}{\text{४}} - \text{३अक्ष} = \frac{\text{९अ}^{\text{२}}}{\text{४}} - \text{९अ}^{\text{२}}\text{क्ष} - \text{३अ}\sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}}\sqrt{\text{३अक्ष}-\text{क्ष}}$$

$$\frac{\text{३}}{\text{४}}\text{अ}(\text{१}-\text{४क्ष}) = \frac{\text{९अ}^{\text{२}}}{\text{४}}(\text{१}-\text{४क्ष}) - \text{३अ}\sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}}\sqrt{\text{३अक्ष}-\text{क्ष}}$$

$$\frac{\text{१}}{\text{४}}(\text{१}-\text{४क्ष}) = \frac{\text{३अ}}{\text{४}}(\text{१}-\text{४क्ष}) - \sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}}\sqrt{\text{क्ष}}\sqrt{\text{३अ}-\text{१}}$$

$$\frac{\text{१}}{\text{४}}(\text{१}-\text{४क्ष})(\text{१}-\text{३अ}) = -\sqrt{\text{क्ष}}\sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}}\sqrt{\text{३अ}-\text{१}}$$

$$\mp\frac{\text{१}}{\text{४}}(\text{१}-\text{४क्ष})(\text{३अ}-\text{१}) = \mp\sqrt{\text{क्ष}}\sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}}\sqrt{\text{३अ}-\text{१}}$$

$$\frac{\text{१}}{\text{४}}\sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}}\sqrt{\text{३अ}-\text{१}} = \sqrt{\text{क्ष}} \text{ अथवा } \sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}}\sqrt{\text{३अ}-\text{१}} = \text{०}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}}}{\sqrt{\text{क्ष}}} = \frac{\text{४}}{\sqrt{\text{३अ}-\text{१}}} \therefore \frac{\text{१}-\text{४क्ष}}{\text{क्ष}} = \frac{\text{१६}}{\text{३अ}-\text{१}} \therefore \frac{\text{१}}{\text{क्ष}} - \text{४} = \frac{\text{१६}}{\text{३अ}-\text{१}}$$

$$\therefore \frac{\text{१}}{\text{क्ष}} = \text{४} + \frac{\text{१६}}{\text{३अ}-\text{१}} = \frac{\text{१२अ}+\text{१२}}{\text{३अ}-\text{१}} \therefore \text{क्ष} = \frac{\text{३अ}-\text{१}}{\text{१२}(\text{अ}+\text{१})}$$

आणिजर $\sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}}\sqrt{\text{३अ}-\text{१}} = \text{०} \therefore \sqrt{\text{१}-\text{४क्ष}} = \text{०} \therefore \text{क्ष} = \frac{\text{१}}{\text{४}}$

(५८) $(\text{क्ष}+\text{३})^{\text{२}} - \text{२}(\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{३}) = \text{२क्ष}(\text{क्ष}+\text{१})^{\text{२}}$

स्थ० $(\text{क्ष}+३)^{२} = २\text{क्ष}^{२} + ६ + २\text{क्ष}(\text{क्ष}+१)^{२}$

$-२(\text{क्ष}+३) = -२\text{क्ष}-६$ हें मिळवावें.

$(\text{क्ष}+३)^{२} - २(\text{क्ष}+३) = २\text{क्ष}^{२} - २\text{क्ष} + २\text{क्ष}(\text{क्ष}+१)^{२}$

$(\text{क्ष}+३)^{२} - २(\text{क्ष}+३) = २\text{क्ष}^{२} + २\text{क्ष}\left((\text{क्ष}+१)^{२} - १\right)$

$= २\text{क्ष}^{२} + २\text{क्ष}(\text{क्ष}^{२} + २\text{क्ष})$

$= २\text{क्ष}^{२} + २\text{क्ष}^{२}(\text{क्ष}+२)$

$\therefore (\text{क्ष}+३)^{२} - २(\text{क्ष}+३) + १ = २\text{क्ष}^{२} + १ + २\text{क्ष}^{२}(\text{क्ष}+२)$

$(\text{क्ष}+३-१)^{२} = २\text{क्ष}^{२} + १ + २\text{क्ष}^{२}(\text{क्ष}+२)$

$\therefore (\text{क्ष}+२)^{२} - २\text{क्ष}^{२}(\text{क्ष}+२) = २\text{क्ष}^{२} + १$

$\therefore (\text{क्ष}+२)^{२} - २\text{क्ष}^{२}(\text{क्ष}+२) + \text{क्ष}^{४} = \text{क्ष}^{४} + २\text{क्ष}^{२} + १$

$\therefore \text{क्ष}+२-\text{क्ष}^{२} = \pm(\text{क्ष}^{२}+१) \therefore \text{क्ष}+२ = \text{क्ष}^{२} \pm (\text{क्ष}^{२}+१)$

$\therefore \text{क्ष}+२ = २\text{क्ष}^{२}+१$ अथवा -१

जर $\text{क्ष}+२=-१$ तर $\text{क्ष}=-३$

आणि जर $\text{क्ष}+२=२\text{क्ष}^{२}+१$ तर $\text{क्ष}=१$ अथवा $-\frac{१}{२}$

(५९) $\sqrt{\text{क्ष}^{४}-१}+\text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}^{४}-१}=\text{क्ष}^{३}$

$\sqrt{\text{क्ष}^{४}-१}=\text{क्ष}^{३}-\text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}^{४}-१}$

$\sqrt{\text{क्ष}^{४}-१}=\text{क्ष}^{६}-२\text{क्ष}^{४}\sqrt{\text{क्ष}^{४}-१}+\text{क्ष}^{६}-\text{क्ष}^{३}$

$\sqrt{\text{क्ष}^{४}-१}+२\text{क्ष}^{४}\sqrt{\text{क्ष}^{४}-१}=२\text{क्ष}^{६}-\text{क्ष}^{३}$

$\text{क्ष}^{४}-१+४\text{क्ष}^{४}(\text{क्ष}^{४}-१)+४\text{क्ष}^{८}(\text{क्ष}^{४}-१)=४\text{क्ष}^{१२}-४\text{क्ष}^{८}+\text{क्ष}^{४}$

$-१+४\text{क्ष}^{८}-४\text{क्ष}^{४}+४\text{क्ष}^{१२}-४\text{क्ष}^{८}=४\text{क्ष}^{१२}-४\text{क्ष}^{८}$

$\therefore -१+४\text{क्ष}^{८}-४\text{क्ष}^{४}=० \therefore ४\text{क्ष}^{८}-४\text{क्ष}^{४}+१=२$

$\therefore २\text{क्ष}^{४}-१=\pm\sqrt{२} \therefore \text{क्ष}^{४}=\frac{१\pm\sqrt{२}}{२} \therefore \text{क्ष}=\pm\sqrt[४]{\frac{१\pm\sqrt{२}}{२}}$

(६०) $१६(\text{क्ष}^{२}+२)^{\frac{३}{२}}+\frac{३}{\sqrt{\text{क्ष}^{२}+२}}=३२\text{क्ष}^{२}+४८$

$$१६(\text{क्ष}^{२}+२)^{\frac{३}{२}}+\frac{३}{\sqrt{\text{क्ष}^{२}+२}}=३२\text{क्ष}^{२}+६४-१६$$

$$=३२(\text{क्ष}^{२}+२)-१६$$

$$१६(\text{क्ष}^{२}+२)^{२}+३=३२(\text{क्ष}^{२}+२)^{\frac{३}{२}}-१६(\text{क्ष}^{२}+२)^{\frac{१}{२}}$$

$$(\text{क्ष}^२+२)^२+\frac{३}{१६}=२(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{३}{२}}-(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{१}{२}}$$

$$(\text{क्ष}^२+२)^२-२(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{३}{२}}=-(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{१}{२}}-\frac{३}{१६}$$

$$(\text{क्ष}^२+२)^२-२(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{३}{२}}+(\text{क्ष}^२+२)=(\text{क्ष}^२+२)-(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{१}{२}}-\frac{३}{१६}$$

$$\left((\text{क्ष}^२+२)-(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{१}{२}}\right)^२=(\text{क्ष}^२+२)-(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{१}{२}}-\frac{३}{१६}$$

$$\left((\text{क्ष}^२+२)-(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{१}{२}}\right)^२-\left((\text{क्ष}^२+२)-(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{१}{२}}\right)=-\frac{३}{१६}$$

$$\left((\text{क्ष}^२+२)-(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{१}{२}}\right)^२-\left((\text{क्ष}^२+२)-(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{१}{२}}\right)+\frac{१}{४}=\frac{१}{१६}$$

$$\left((\text{क्ष}^२+२)-(\text{क्ष}^२+२)^{\frac{१}{२}}\right)-\frac{१}{२}=\pm\frac{१}{४}$$

$$\therefore (\text{क्ष}^२+२)-\sqrt{\text{क्ष}^२+२}=\frac{१}{२}\pm\frac{१}{४}=\frac{३}{४}\ \text{अथवा}\ \frac{१}{४}$$

जर $(\text{क्ष}^२+२)-\sqrt{\text{क्ष}^२+२}=\frac{३}{४}$

$$(\text{क्ष}^२+२)-\sqrt{\text{क्ष}^२+२}+\frac{१}{४}=१$$

$$\therefore \sqrt{\text{क्ष}^२+२}-\frac{१}{२}=\pm१ \quad \therefore \sqrt{\text{क्ष}^२+२}=\frac{१}{२}\pm१=\frac{३}{२}\ \text{अथवा}\ \frac{१}{२}$$

$$\therefore \text{क्ष}^२+२=\frac{९}{४}\ \text{अथवा}\ \frac{१}{४} \quad \therefore \text{क्ष}^२=\frac{१}{४}\ \text{अथवा}\ -\frac{७}{४}$$

$$\therefore \text{क्ष}=\pm\frac{१}{२}\ \text{अथवा}\ \pm\frac{१}{२}\sqrt{-७}$$

तर $\sqrt{क्ष^२+२} - \frac{१}{२} = \pm \frac{१}{२}\sqrt{२} \therefore \sqrt{क्ष^२+२} = \frac{१}{२}(१ \pm \sqrt{२})$

$क्ष^२+२ = \frac{१}{४}(१+२ \pm २\sqrt{२}) = \frac{१}{४}(३ \pm २\sqrt{२})$

$क्ष^२ = \frac{१}{४}(\pm २\sqrt{२}-५) \therefore क्ष = \pm \frac{१}{२}\sqrt{\pm २\sqrt{२}-५}$

(७३) $क्ष^२(क्ष+अ)+ब(क्ष^२+१) = क्ष(अ+२)+(२बक्ष-१)$

$क्ष^२(क्ष+अ+ब)+ब = अक्ष+२क्ष+२बक्ष-१$

$क्ष^२(क्ष+अ+ब)+ब+क्ष^२ = क्ष^२+अक्ष+बक्ष+बक्ष+२क्ष-१$

$क्ष^२(क्ष+अ+ब)-क्ष(क्ष+अ+ब)+ब+क्ष^२ = बक्ष+२क्ष-१$

$क्ष(क्ष+अ+ब)(क्ष-१)+क्ष^२-२क्ष+१+ब-बक्ष = ०$

$क्ष(क्ष+अ+ब)(क्ष-१)+(क्ष-१)^२-ब(क्ष-१) = ०$

$\therefore क्ष(क्ष+अ+ब)+क्ष-१-ब = ०$ अथवा $क्ष-१ = ० \therefore क्ष = १$

$क्ष^२+क्ष(अ+ब)+क्ष-१-ब = ० \therefore क्ष^२+क्ष(अ+ब+१) = १+ब$

(६१) $क्ष-२\sqrt{क्ष+२} = १+\sqrt[४]{क्ष^३-३क्ष+२} = १+\sqrt[४]{क्ष+२}\,\sqrt[४]{क्ष^२-२क्ष+१}$

$\therefore (क्ष-१)-\sqrt[४]{क्ष+२}\sqrt{क्ष-१} = २\sqrt{क्ष+२}$

$$(\text{क्ष}-१)-\sqrt{\text{क्ष}+२}\cdot\sqrt{\text{क्ष}-१}+\frac{\sqrt{\text{क्ष}+२}}{४}=\frac{९}{४}\sqrt{\text{क्ष}+२}$$

$$\therefore \sqrt{\text{क्ष}-१}-\frac{\sqrt{\text{क्ष}+२}}{२}=\frac{३\sqrt{\text{क्ष}+२}}{२}\;\therefore \sqrt{\text{क्ष}-१}=२\sqrt{\text{क्ष}+२}$$

$$\therefore \text{क्ष}-१=४\sqrt{\text{क्ष}+२}\;\therefore \text{क्ष}+२=३+४\sqrt{\text{क्ष}+२}$$

$$\therefore (\text{क्ष}+२)-४\sqrt{\text{क्ष}+२}=३\;\therefore \sqrt{\text{क्ष}+२}=२\pm\sqrt{७}\;\therefore \text{क्ष}=९\pm४\sqrt{७}$$

(६२) $$\sqrt{१-\text{अ}}\cdot\sqrt{\frac{१+\text{क्ष}}{१-\text{क्ष}}}+\sqrt{१+\text{अ}}\sqrt{\frac{१-\text{क्ष}}{१+\text{क्ष}}}=२\sqrt{१-\text{अ}^२}$$

$$\therefore \sqrt{१-\text{अ}}\sqrt{\frac{१+\text{क्ष}}{१-\text{क्ष}}}-२\sqrt{१-\text{अ}^२}+\sqrt{१+\text{अ}}\sqrt{\frac{१-\text{क्ष}}{१+\text{क्ष}}}=०$$

वर्गमू॰ का॰ $$\sqrt{१-\text{अ}}\sqrt{\frac{१+\text{क्ष}}{१-\text{क्ष}}}-\sqrt{१+\text{अ}}\sqrt{\frac{१-\text{क्ष}}{१+\text{क्ष}}}=०$$

$$\therefore \sqrt{१-\text{अ}}\sqrt{\frac{१+\text{क्ष}}{१-\text{क्ष}}}=\sqrt{१+\text{अ}}\sqrt{\frac{१-\text{क्ष}}{१+\text{क्ष}}}$$

$$\therefore \sqrt{\frac{(१+\text{क्ष})^२}{(१-\text{क्ष})^२}}=\sqrt{\frac{१+\text{अ}}{१-\text{अ}}}\;\therefore \sqrt{\frac{१+\text{क्ष}}{१-\text{क्ष}}}=\sqrt{\frac{१+\text{अ}}{१-\text{अ}}}\;\therefore \text{क्ष}=\text{अ}$$

(६३) $$\frac{\sqrt{१+\text{क्ष}}-१}{\sqrt{१-\text{क्ष}}+१}+\frac{\sqrt{१-\text{क्ष}}+१}{\sqrt{१+\text{क्ष}}-१}=२\text{अ}$$

$$\therefore \frac{(\sqrt{१+\text{क्ष}}-१)(\sqrt{१-\text{क्ष}}-१)}{(\sqrt{१-\text{क्ष}}+१)(\sqrt{१-\text{क्ष}}-१)}+\frac{(\sqrt{१-\text{क्ष}}+१)(\sqrt{१-\text{क्ष}}+१)}{(\sqrt{१+\text{क्ष}}-१)(\sqrt{१-\text{क्ष}}+१)}=२\text{अ}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{१-क्ष^२}-\sqrt{१-क्ष}-\sqrt{१+क्ष}+१}{(१-क्ष)-१}+\frac{\sqrt{१-क्ष^२}+\sqrt{१-क्ष}+\sqrt{१-क्ष}+१}{(१+क्ष)-१}=२अ$$

$$\therefore -\sqrt{१-क्ष^२}+\sqrt{१-क्ष}+\sqrt{१+क्ष}-१+\sqrt{१-क्ष^२}+\sqrt{१-क्ष}+\sqrt{१-क्ष}+१=२अक्ष$$

$$\therefore २\sqrt{१-क्ष}+२\sqrt{१+क्ष}=२अक्ष \therefore \sqrt{१-क्ष}+\sqrt{१+क्ष}=अक्ष$$

$$१-क्ष+२\sqrt{१-क्ष^२}+१+क्ष=अ^२क्ष^२ \therefore २\sqrt{१-क्ष^२}=अ^२क्ष^२-२$$

$$४-४क्ष^२=अ^४क्ष^४-४अ^२क्ष^२+४ \therefore -४=अ^२क्ष^२-४अ^२ \therefore क्ष=\frac{२\sqrt{अ^२-१}}{अ^२}$$

(६५) $$\frac{१-अक्ष+\sqrt{१+अ^२}-अ\sqrt{१+क्ष^२}}{१-अक्ष+\sqrt{१+क्ष^२}-क्ष\sqrt{१+अ^२}}=अ$$

$$१-अक्ष+\sqrt{१+अ^२}-अ\sqrt{१+क्ष^२}=अ-अ^२क्ष+अ\sqrt{१+क्ष^२}-अक्ष\sqrt{१+अ^२}$$

$$\therefore क्ष(-अ+अ^२+अ\sqrt{१+अ^२})=२अ\sqrt{१+क्ष^२}+अ-\sqrt{१+अ^२}$$

$$क्ष\times न=२अ\sqrt{१+क्ष^२}+म \therefore २अ\sqrt{१+क्ष^२}=नक्ष-म$$

$$४अ^२+४अ^२क्ष^२=न^२क्ष^२-२नमक्ष+म^२$$

$$\therefore क्ष^२(४अ^२-न^२)+२नमक्ष=म^२-४अ^२$$

(६६) $(\text{१-क्ष})\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}+\text{क्ष}^{\text{३}}}-(\text{१+क्ष})\sqrt{\text{क्ष}^{\text{२}}-\text{क्ष}^{\text{३}}}=\frac{\sqrt{\text{२}+\text{२}\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}}}}{\text{अ}}$

$(\text{१-क्ष})\text{क्ष}\sqrt{\text{१+क्ष}}-(\text{१+क्ष})\text{क्ष}\sqrt{\text{१-क्ष}}=\frac{\sqrt{\text{२}+\text{२}\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}}}}{\text{अ}}$

$\sqrt{\text{१-क्ष}}\cdot\sqrt{\text{१-क्ष}}\cdot\text{क्ष}\cdot\sqrt{\text{१+क्ष}}-\sqrt{\text{१+क्ष}}\cdot\sqrt{\text{१+क्ष}}\cdot\text{क्ष}\sqrt{\text{१-क्ष}}=\frac{\sqrt{\text{२}+\text{२}\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}}}}{\text{अ}}$

$\text{क्ष}\sqrt{\text{१-क्ष}}\sqrt{\text{१+क्ष}}\left(\sqrt{\text{१-क्ष}}-\sqrt{\text{१+क्ष}}\right)=\frac{\sqrt{\text{२}+\text{२}\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}}}}{\text{अ}}\therefore\text{क्ष}^{\text{२}}(\text{१-क्ष}^{\text{२}})(\text{२}-\text{२}\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}})=\frac{\text{२}+\text{२}\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}}}{\text{अ}^{\text{२}}}$

$\therefore\text{क्ष}^{\text{२}}(\text{१-क्ष}^{\text{२}})(\text{१}-\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}})=\frac{\text{१}+\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}}}{\text{अ}^{\text{२}}}$ यांस $\text{१}-\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}}$ यानें गुणून

$\text{क्ष}^{\text{२}}(\text{१-क्ष}^{\text{२}})(\text{१}-\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}})^{\text{२}}=\frac{\text{१}-(\text{१-क्ष}^{\text{२}})}{\text{अ}^{\text{२}}}=\frac{\text{क्ष}^{\text{२}}}{\text{अ}^{\text{२}}}\therefore(\text{१-क्ष}^{\text{२}})(\text{१}-\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}})^{\text{२}}=\frac{\text{क्ष}^{\text{२}}}{\text{अ}^{\text{२}}\text{क्ष}^{\text{२}}}=\frac{\text{१}}{\text{अ}^{\text{२}}}$

$\therefore\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}}(\text{१}-\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}})=\frac{\text{१}}{\text{अ}}\therefore\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}}-(\text{१-क्ष}^{\text{२}})=\frac{\text{१}}{\text{अ}}\therefore\sqrt{\text{१-क्ष}^{\text{२}}}=\frac{\text{१}}{\text{२}}\left(\pm\sqrt{\frac{\text{४}}{\text{अ}}+\text{१}}+\text{१}\right)$

(६७) $(\text{१-क्ष})\left(\text{अ}(\text{१}+\frac{\text{१}}{\text{क्ष}})-\text{२}\right)^{\frac{\text{१}}{\text{२}}}=\left(\sqrt{\text{१+क्ष}}+\sqrt{\text{३क्ष-१}}\right)\times\frac{\sqrt{\text{१+क्ष}}-\sqrt{\text{३क्ष-१}}}{\sqrt{\text{१+क्ष}}-\sqrt{\text{३क्ष-१}}}$

$$(\text{१}-\text{क्ष})\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{२}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)^{\frac{\text{१}}{\text{२}}} = \frac{(\text{१}+\text{क्ष}-(\text{३क्ष}-\text{१}))}{\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}} \quad \sqrt{\text{३क्ष}-\text{१}}} = \frac{\text{२}-\text{२क्ष}}{\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}}-\sqrt{\text{३क्ष}-\text{१}}} = \frac{\text{२}(\text{१}-\text{क्ष})}{\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}}-\sqrt{\text{३क्ष}-\text{१}}}$$

$\therefore \sqrt{\text{१}+\text{क्ष}}-\sqrt{\text{३क्ष}-\text{१}} = \frac{\text{२}}{\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{२}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)^{\frac{\text{१}}{\text{२}}}}$ आणि $\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}}+\sqrt{\text{३क्ष}-\text{१}} = (\text{१}-\text{क्ष})\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{१}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)^{\frac{\text{१}}{\text{२}}}$

बेरीज घेऊन $\text{२}\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}} = \frac{\text{२}}{\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{१}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)^{\frac{\text{१}}{\text{२}}}} + (\text{१}-\text{क्ष})\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{२}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)^{\frac{\text{१}}{\text{२}}}$

$$\therefore \text{२}\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}}\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{१}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)^{\frac{\text{१}}{\text{२}}} = \text{२}+(\text{१}-\text{क्ष})\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{२}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)$$

$$= \text{२}+\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{२}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)-\text{अ}(\text{क्ष}+\text{१})+\text{२क्ष}$$

$$\therefore -\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{२}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)+\text{२}\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}}\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{२}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)^{\frac{\text{१}}{\text{२}}} = \text{२}+\text{२क्ष}-\text{अ}(\text{क्ष}+\text{१})$$

$$\therefore \left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{१}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)-\text{२}\sqrt{\text{१}+\text{क्ष}}\left(\text{अ}\left(\text{१}+\frac{\text{१}}{\text{क्ष}}\right)-\text{२}\right)^{\frac{\text{१}}{\text{२}}}+\text{१}+\text{क्ष} = -\text{२}-\text{२क्ष}+\text{अ}(\text{क्ष}+\text{१})+(\text{क्ष}+\text{१})$$

$$अक्ष+अ-२क्ष=(क्ष+क्ष^२)(\sqrt{अ-१}+१)^२ = क्ष(\sqrt{अ-१}+१)^२ + क्ष^२(\sqrt{अ-१}+१)^२$$

$$\therefore क्ष^२(\sqrt{अ-१}+१)^२ + क्ष(अ-१+२+२\sqrt{अ-१}) - अक्ष+२क्ष = अ$$

$$\therefore क्ष^२(\sqrt{अ-१}+१)^२ + क्ष(२+२\sqrt{अ-१}) = अ$$

$$\therefore क्ष^२(\sqrt{अ-१}+१)^२ + २(१+\sqrt{अ-१})क्ष+१ = अ+१ \therefore क्ष(\sqrt{अ-१}+१)+१ = \pm\sqrt{अ+१}$$

(६८) $$\frac{१+क्ष-\sqrt{२क्ष+क्ष^२}}{१+क्ष+\sqrt{२क्ष+क्ष^२}} = \sqrt{अ^३}\cdot\frac{\sqrt{२+क्ष}+\sqrt{क्ष}}{\sqrt{२+क्ष}-\sqrt{क्ष}} \Bigg\} \therefore क्ष = \frac{\pm\sqrt{अ+१}-१}{\sqrt{अ-१}+१}$$

वर्गकरून $$\frac{(१+क्ष-\sqrt{२क्ष+क्ष^२})^२}{(१+क्ष+\sqrt{२क्ष+क्ष^२})^२} = अ^३\cdot\frac{२+क्ष+क्ष+२\sqrt{२क्ष+क्ष^२}}{२+क्ष+क्ष-२\sqrt{२क्ष+क्ष^२}}$$

$$\therefore \frac{(१+क्ष-\sqrt{२क्ष+क्ष^२})^३}{(१+क्ष+\sqrt{२क्ष+क्ष^२})^३} = अ^३ \therefore \frac{१+क्ष-\sqrt{२क्ष+क्ष^२}}{१+क्ष+\sqrt{२क्ष+क्ष^२}} = अ$$



$$\therefore \frac{2(1+क्ष)}{2\sqrt{2क्ष+क्ष^2}} = \frac{अ+1}{अ-1} \therefore \frac{1+2क्ष+क्ष^2}{2क्ष+क्ष^2} = \frac{(अ+1)^2}{(अ-1)^2}$$

$$\frac{1+2क्ष+क्ष^2}{(1+2क्ष+क्ष^2)-(2क्ष+क्ष^2)} = \frac{(अ+1)^2}{(अ+1)^2-(अ-1)^2} \therefore (1+क्ष)^2 = \frac{(अ+1)^2}{4अ}$$

$$1+क्ष = \frac{अ+1}{2\sqrt{अ}}$$

(६६) $$\frac{1+क्ष}{1+क्ष+\sqrt{1+क्ष^2}} + \frac{1-क्ष}{1-क्ष+\sqrt{1+क्ष^2}} = अ$$

अंशास व छेदास सारिख्या पदानें गुणून

$$\frac{(1+क्ष)\{1+क्ष-\sqrt{1+क्ष^2}\}}{(1+क्ष+\sqrt{1+क्ष^2})\{1+क्ष-\sqrt{1+क्ष^2}\}} + \frac{(1-क्ष)(1-क्ष-\sqrt{1+क्ष^2})}{(1-क्ष+\sqrt{1+क्ष^2})(1-क्ष-\sqrt{1+क्ष^2})} = अ$$

$$\therefore \frac{(1+क्ष)^2-(1+क्ष)\sqrt{1+क्ष^2}}{(1+क्ष)^2-(1+क्ष^2)} + \frac{(1-क्ष)^2-(1-क्ष)\sqrt{1+क्ष^2}}{(1-क्ष)^2-(1+क्ष^2)} = अ$$

$$\therefore \frac{(1+\text{क्ष})^2-(1+\text{क्ष})\sqrt{1+\text{क्ष}^2}}{2\text{क्ष}}+\frac{(1-\text{क्ष})^2-(1-\text{क्ष})\sqrt{1+\text{क्ष}^2}}{-2\text{क्ष}}=\text{अ}$$

$$\therefore (1+\text{क्ष})^2-(1+\text{क्ष})\sqrt{1+\text{क्ष}^2}-(1-\text{क्ष})^2+(1-\text{क्ष})\sqrt{1+\text{क्ष}^2}=2\text{अक्ष}$$

$$\therefore (1+\text{क्ष})^2-(1-\text{क्ष})^2+\sqrt{1+\text{क्ष}^2}\left(1-\text{क्ष}-(1+\text{क्ष})\right)=2\text{अक्ष} \therefore 4\text{क्ष}-2\text{क्ष}\sqrt{1+\text{क्ष}^2}=2\text{अक्ष}$$

$$\text{क्ष}=0 \quad \sqrt{1+\text{क्ष}^2}=\text{अ}-2 \therefore 1+\text{क्ष}^2=(\text{अ}-2)^2 \therefore \text{क्ष}=\sqrt{(\text{अ}-2)^2-1}$$

$$(७०)\ \frac{\text{न}-1}{\text{न}+1}\left(\frac{\text{अ}^4+\text{अ}^2\text{क्ष}^2+\text{क्ष}^4}{\text{अ}^4-\text{अ}^2\text{क्ष}^2+\text{क्ष}^4}\right)=\left(2-\frac{1}{\text{न}}\right)\left(\frac{\text{अक्ष}}{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2}\right)^2$$

$$\therefore \left(\frac{\text{अ}^2-\text{क्ष}^2}{\text{अक्ष}}\right)^2\left(\frac{\text{अ}^4+\text{अ}^2\text{क्ष}^2+\text{क्ष}^4}{\text{अ}^4-\text{अ}^2\text{क्ष}^2+\text{क्ष}^4}\right)=\left(2-\frac{1}{\text{न}}\right)\left(\frac{\text{न}+1}{\text{न}-1}\right)=\frac{(2\text{न}-1)(\text{न}+1)}{\text{न}(\text{न}-1)}=\text{म}$$

$$\frac{(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^2\left((\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^2+3\text{अ}^2\text{क्ष}^2\right)}{\text{अ}^2\text{क्ष}^2\left((\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^2+\text{अ}^2\text{क्ष}^2\right)}=\text{म} \therefore \frac{(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^4+3\text{अ}^2\text{क्ष}^2(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^2}{\text{अ}^2\text{क्ष}^2(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^2+\text{अ}^4\text{क्ष}^4}=\text{म}$$

$$(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^4+३\text{अ}^2\text{क्ष}^2(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^2=\text{म}\cdot\text{अ}^2\text{क्ष}^2(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^2+\text{म}\,\text{अ}^4\text{क्ष}^4$$

$$(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^4+\text{अ}^2\text{क्ष}^2(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^2\{३-\text{म}\}=\text{म}\,\text{अ}^4\text{क्ष}^4$$

$$\therefore(\text{अ}^2-\text{क्ष}^2)^2=\frac{\text{अ}^2\text{क्ष}^2}{२}\left(\pm\sqrt{९-२\text{य}+\text{य}^2}-(३-\text{म})\right)=\frac{\text{अ}^2\text{क्ष}^2}{२}\times२\text{स}^2=\text{अ}^2\text{क्ष}^2\text{स}^2$$

$$\therefore\text{अ}^2-\text{क्ष}^2=\text{अक्षस}\;\therefore\text{क्ष}^2-\text{अक्षस}=\text{अ}^2$$

$$\text{क्ष}^2-\text{असक्ष}+\frac{\text{अ}^2\text{स}^2}{४}=\text{अ}^2(१+\frac{\text{स}^2}{४})\;\therefore\text{क्ष}=\frac{\text{अस}}{२}+\frac{\text{अ}}{२}\sqrt{४+\text{स}^2}$$

(७१) $$\frac{\text{क्ष}-\sqrt{\text{क्ष}^2-\text{अ}^2}}{\sqrt{\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}^2-\text{अ}^2}}}=\sqrt{\text{क्ष}^2-\text{अ}^2}\left\{\sqrt{\text{क्ष}^2+\text{अक्ष}}-\sqrt{\text{क्ष}^2-\text{अक्ष}}\right\}$$

$$\left(\frac{\text{क्ष}-\sqrt{\text{क्ष}^2-\text{अ}^2}}{\text{क्ष}+\sqrt{\text{क्ष}^2-\text{अ}^2}}\right)^2=\sqrt{\text{क्ष}^2-\text{अ}^2}\left\{२\text{क्ष}^2-२\sqrt{\text{क्ष}^4-\text{अ}^2\text{क्ष}^2}\right\}$$

$$=२\text{क्ष}\sqrt{\text{क्ष}^2-\text{अ}^2}\left(\text{क्ष}-\sqrt{\text{क्ष}^2-\text{अ}^2}\right)\;\therefore\text{क्ष}-\sqrt{\text{क्ष}^2-\text{अ}^2}=०\;\therefore\text{क्ष}=०$$

सोडविण्याकरितां समीकरणें.

(१) $\frac{\text{१४क्ष}^{2}+\text{१५}}{\text{२१}}-\frac{\text{२क्ष}^{2}+\text{८}}{\text{८क्ष}^{2}-\text{११}}=\frac{\text{२क्ष}^{2}}{\text{३}}$

(२) $\frac{\text{१०क्ष}^{2}+\text{१७}}{\text{१८}}-\frac{\text{१२क्ष}^{2}+\text{२}}{\text{११क्ष}^{2}-\text{८}}=\frac{\text{५क्ष}^{2}-\text{४}}{\text{९}}$

(३) $\frac{\text{क्ष}}{\text{क्ष}-\text{२}}+\frac{\text{क्ष}-\text{९}}{\text{क्ष}-\text{७}}=\frac{\text{क्ष}+\text{१}}{\text{क्ष}-\text{१}}+\frac{\text{क्ष}-\text{८}}{\text{क्ष}-\text{६}}$

(४) $\frac{\text{२१}+\text{५क्ष}}{\text{२}+\frac{\text{क्ष}}{\text{२}}}+\frac{\text{६}-\text{१२क्ष}}{\frac{\text{१}}{\text{३}}-\text{क्ष}}=\frac{\text{१२३}+\text{१६क्ष}}{\text{७}+\text{क्ष}}+\frac{\text{५}-\text{२क्ष}}{\frac{\text{२}}{\text{३}}-\frac{\text{क्ष}}{\text{३}}}$

(५) $\text{क्ष}-\text{३}=\frac{\text{१}+\text{४}\sqrt{\text{क्ष}}}{\text{क्ष}}$

(६) $\frac{\text{१}+\text{क्ष}^{5}}{(\text{१}+\text{क्ष})^{5}}=\frac{\text{११}}{\text{८१}}$

(७) $\text{क्ष}^{2}-\text{७}=\sqrt{\text{क्ष}^{2}-\text{४२क्ष}+\text{८९}}$

(८) $\sqrt{\text{क्ष}^{2}+\sqrt{\text{क्ष}}}=\text{क्ष}-\text{१}+\text{३}\sqrt{\text{क्ष}}$

(९) $(\text{१}+\text{क्ष})(\text{१}+\text{क्ष}^{2})(\text{१}+\text{क्ष}^{3})=\text{३०क्ष}^{3}$

(१०) $\text{क्ष}^{3}-\text{४क्ष}\sqrt{\text{क्ष}}=\text{क्ष}+\text{२}\tfrac{\text{१}}{\text{४}}\sqrt{\text{क्ष}}+\frac{\text{१}}{\text{२}}$

(११) $(\text{क्ष}-\text{२})^{3}+\text{२क्ष}(\sqrt{\text{क्ष}}-\text{१})^{2}=\text{१७}\tfrac{\text{१}}{\text{४}}\text{क्ष}+\text{१४}\sqrt{\text{क्ष}}$

(१२) $\text{क्ष}^{4}(\text{क}^{4}-\text{१})-\text{२क्ष}^{3}(\text{ब}+\text{२क})-\text{बक्ष}^{2}(\text{ब}+\text{४क})=-\text{१}$

(१३) $क्ष + \sqrt{अ^२ + क्ष^२} = \frac{नअ^२}{\sqrt{अ^२ + क्ष^२}}$

(१४) $\sqrt{अ^२ + \sqrt[३]{अ^४ क्ष^२}} + \sqrt{क्ष^२ + \sqrt[३]{क्ष^४ अ^२}} = ब$

(१५) $\sqrt[\frac{म}{२}]{१ - ३क्ष + २क्ष^२} - ५\sqrt[म]{४क्ष^४ + १२क्ष^३ + १२क्ष^२ + क्ष + १} = ४\sqrt[म]{१ - ५क्ष^२ + ४क्ष^४}$

(१६) $\sqrt[३]{न^३ + क्ष^३} + \sqrt[३]{न^३ - क्ष^३} = न\sqrt[३]{१ + क्ष} + न\sqrt[३]{१ - क्ष}$

(१७) $\frac{\sqrt{अ^२ - क्ष^२} - \sqrt{ब^२ + क्ष^२}}{\sqrt{अ^२ + क्ष^२} + \sqrt{ब^२ + क्ष^२}} = \frac{क}{ड}$

(१८) $\frac{१}{अ - \sqrt{अ^२ + क्ष^२}} - \frac{१}{अ - \sqrt{अ^२ - क्ष^२}} = \frac{अ}{क्ष^२}$

(१९) $\frac{\sqrt[३]{अ^३ + क्ष^३} + \sqrt[३]{अ^३ - क्ष^३}}{\sqrt[३]{अ + क्ष} + \sqrt[३]{अ - क्ष}} = \sqrt[३]{अ^२}$

(२०) $अ + \sqrt{अ^२ - क्ष^२} = \sqrt{मक्ष(अ - \sqrt{अ^२ - क्ष^२})}$

(२१) $\frac{क्ष}{२}(अ + \sqrt{अ^२ - क्ष^२}) = (\sqrt{अ + क्ष} - \sqrt{अ - क्ष})^४$

(२२) $\frac{(अ^२ - १)अ + अ^२क्ष - क्ष\sqrt{२अ^२ - १}}{(अ^२ - १)अ + अ^२क्ष + क्ष\sqrt{२अ^२ - १}} = (१ - अ^२)(१ + अक्ष)^२ - २अक्ष$

(२३) $\frac{२क्ष + \sqrt{अ^२ + क्ष^२}}{२अ - \sqrt{अ^२ - अक्ष}} = \frac{२अ + \sqrt{अ^२ + क्ष^२}}{२क्ष - \sqrt{अ^२ - अक्ष}}$

(२४) $\frac{\{२७अ+८क्ष\}^{\frac{२}{३}}}{१५ क्ष^{\frac{२}{३}}} + \frac{८ क्ष^{\frac{२}{५}}}{३(२७अ+८क्ष)^{\frac{२}{३}}} = \frac{४}{५४ क्ष}$

(२५) $\frac{१+क्ष^{२}+\sqrt{१+क्ष^{४}}}{१-क्ष^{२}+\sqrt{१-क्ष^{४}}} = \frac{क्ष^{२}}{\sqrt{१-क्ष^{२}}+(१-क्ष^{२})\sqrt{१+क्ष^{२}}}$

(२६) $\frac{अ+क्ष+\sqrt[३]{अ^{२}क्ष^{२}}}{अ+क्ष-\sqrt[३]{अ^{२}क्ष^{२}}} = \frac{न(\sqrt[३]{अ}+\sqrt[३]{क्ष})+म\sqrt[३]{अक्ष}}{न(\sqrt[३]{अ}+\sqrt[३]{क्ष})-म\sqrt[३]{अक्ष}}$

(२७) $\frac{\sqrt{अ^{२}+क्ष^{२}}+\sqrt{अक्ष}}{\sqrt{अ^{२}+क्ष^{२}}-\sqrt{अक्ष}} = \frac{४(अ^{२}+क्ष^{२})}{(अ+क्ष)^{२}-२अक्ष(अ+क्ष)}$

(२८) $\frac{म(२अ-क्ष+२\sqrt{अ^{२}-अक्ष})}{न(२अ+क्ष+२\sqrt{अ^{२}+अक्ष})} = \frac{ब(\sqrt{अ}+\sqrt{अ+क्ष})}{ड(\sqrt{अ}-\sqrt{अ-क्ष})}$

(२९) $\frac{(अ-क्ष)^{\frac{२}{३}}+४(अ+क्ष)^{\frac{४}{३}}}{४(अ-क्ष)^{\frac{२}{३}}} + \frac{(अ+क्ष)^{\frac{२}{३}}+४(अ-क्ष)^{\frac{४}{३}}}{४(अ+क्ष)^{\frac{२}{३}}} =$

$$\left(\sqrt[३]{अ^{२}-क्ष^{२}}-\frac{१}{२}\right)^{२}+\frac{३}{४}$$

मागें सोडविण्याकरितां दिलेले समीकरणांची उत्तरें.

(१) $क्ष=\pm २$; (२) $क्ष=\pm २$; (३) $क्ष=४$; (४) $क्ष=२१२$;

(५) $क्ष=३\pm २\sqrt{२}$; (६) $क्ष=२$; (७) $क्ष=२$ अथवा -५

(८) $\text{क्ष}=\frac{१}{४}$ अथवा $\frac{३१\pm१०\sqrt{३५}}{१८}$; (९) $\text{क्ष}=\frac{३\pm\sqrt{५}}{२}$;

(१०) $\text{क्ष}=\frac{५}{२}\pm\sqrt{६}$; (११) $\text{क्ष}=२\cdot२२४$; (१२)

(१३) $\text{क्ष}=\pm\frac{\text{अ}(\text{न}-१)}{\sqrt{२\text{न}-१}}$; (१४) $\text{क्ष}=\left(\sqrt[३]{\text{ब}^{२}}-३\text{अ}^{२}\right)^{\frac{३}{२}}$;

(१५) $\text{क्ष}=\frac{१}{४(५^{\text{म}}-१)}\left(\pm\sqrt{१७+१०\times५^{\text{म}}+२५^{\text{म}}}-३(१+५^{\text{म}})\right)$;

(१६) $\text{क्ष}=०$ अथवा $\sqrt{\text{न}^{२}}$; (१७) $\text{क्ष}=\sqrt{\frac{(\text{अ}^{२}-\text{ब}^{२})\times(\text{ड}^{२}+\text{क}^{२})}{४\text{कड}}-(\text{अ}^{२}+\text{ब}^{२})}$;

(१८) $\text{क्ष}=\pm\frac{\text{अ}\sqrt{३}}{२}$ अथवा ० ; (१९) $\text{क्ष}=\pm\text{अ}\sqrt{-१}$ अथवा अ अथवा ० ;

(२०) $\text{क्ष}=\frac{२\text{अम}}{१+\text{म}^{२}}$ अथवा ० ; (२१) $\text{क्ष}=\frac{४\text{अ}}{५}$ अथवा ० ;

(२२) $\text{क्ष}=\pm\sqrt{१-\text{अ}^{२}}\times\frac{१+\text{अ}\sqrt{१-\text{अ}^{२}}}{\text{अ}^{२}+\sqrt{२\text{अ}^{२}-१}}$; (२३) $\text{क्ष}=\frac{१०\text{अ}}{९}$ अथवा ० ;

(२४) $\text{क्ष}=\frac{३\text{अ}}{३२}(२\pm\sqrt{२३})$; (२५) $\text{क्ष}=०$;

(२६) $\text{क्ष}=\frac{\text{अ}}{८\text{म}^{३}}\left(\pm\sqrt{\text{न}^{२}+२\text{नम}-३\text{म}^{२}}+(\text{म}+\text{न})\right)^{२}$;

(२७) $\text{क्ष}=\frac{\text{अ}}{२}(१\pm\sqrt{-३})$ अथवा $२\pm\sqrt{३}$;

(२८) $\text{क्ष}=०$ अथवा $\frac{४\text{अ}\sqrt[३]{\text{बकडम}}\left((\text{डम})^{\frac{२}{३}}-(\text{बक})^{\frac{२}{३}}\right)}{\left\{(\text{डम})^{\frac{२}{३}}+(\text{बक})^{\frac{२}{३}}\right\}^{२}}$;

(२९) $\text{क्ष}=\pm\sqrt{\text{अ}}\sqrt{\text{अ}-\sqrt{-८\text{अ}}}$ अथवा $\pm\sqrt{\text{अ}}\sqrt{\text{अ}-\sqrt{८\text{अ}}}$;

समाप्त.